Για τον φορέα του σχήματος να υπολογισθεί η βύθιση του σημείου i για τα παρακάτω αίτια:

α) Εξωτερική φόρτιση

β) $\Delta t = 30^\circ C$ στο ζύγωμα CD και $t = 20^\circ C$ στη ράβδο EF

γ) Σφηνα $\Delta\varphi_K = 0{,}01 rad$ στο σημείο K και διαφορά συναρμογής $\Delta h = 1cm$ στο σημείο m

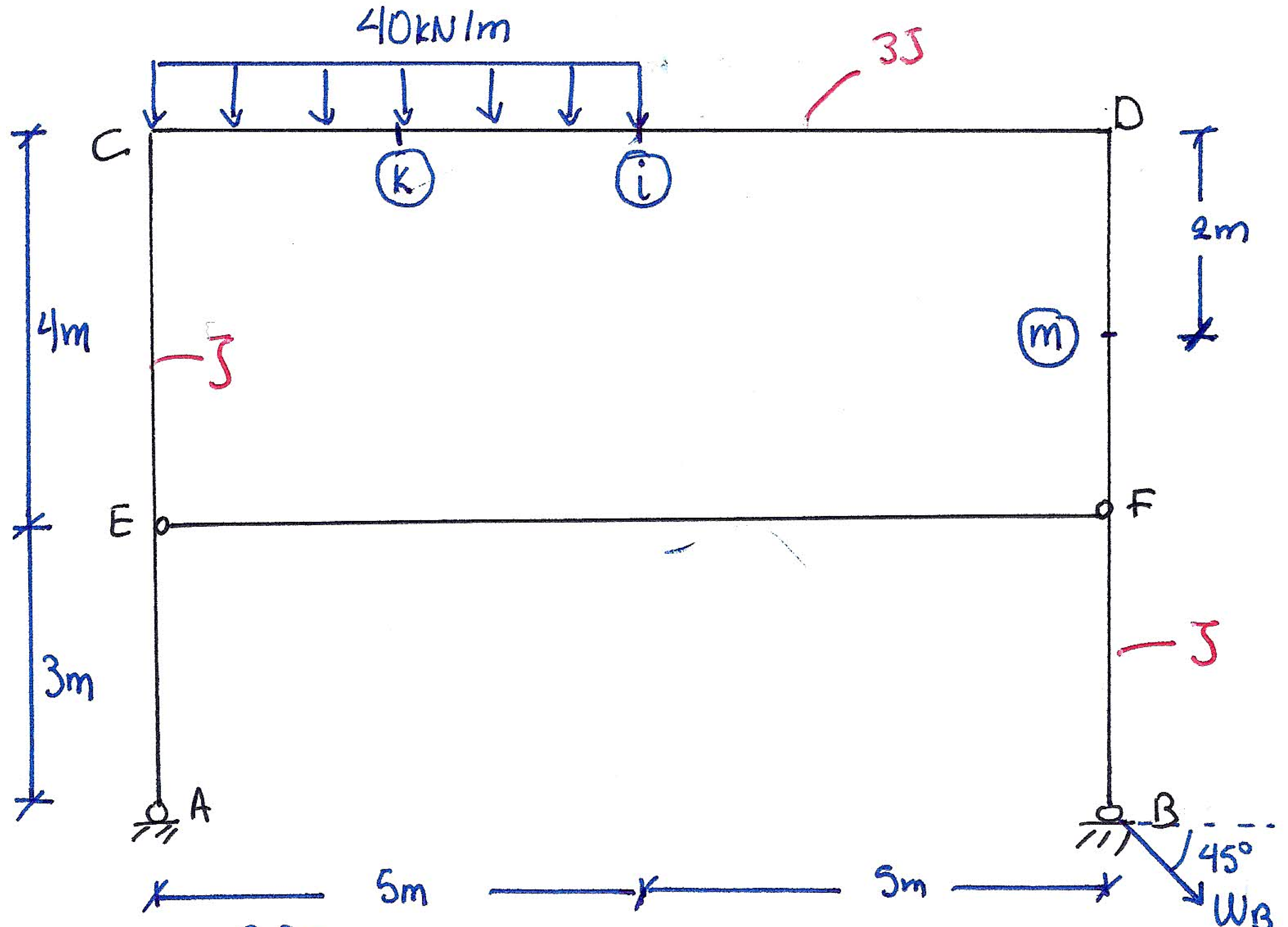
δ) Υποχώρηση στήριξης στο B κατά $w_B = 2.4cm$ (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Δίνονται: $EJ = 180 \times 10^3 \, kNm^2$ και $EA \to \infty$ (για δοκό και στύλο).

$EA = 283 \times 10^3 \, kN$ (για τη ράβδο)

$h_{CD} = 0{,}5m$ (ύψος διατομής στο ζύγωμα CD)

$\alpha = 10^{-5} grad^{-1}$ (συντελεστής θερμικής διαστολής)



Οι δυσκαμψίες έχουν ως εξής:

* Στο CD → 3EJ

Στα AC και BD → EJ.

Α' Τρόπος

✓ Βοηθητική (μοναδιαία) φόρτιση στον υπερστατικό φορέα

✓ Αίτιο στο ισοστατικό κύριο σύστημα.

- → (α) εξωτερική φόρτιση
- → (β) Δt στο CD και t στην EF
- → (γ) $\Delta\varphi_k = 0{,}01\,rad$ και $\Delta h_m = 1cm$
- → (δ) $w_B = 2{,}4 cm$

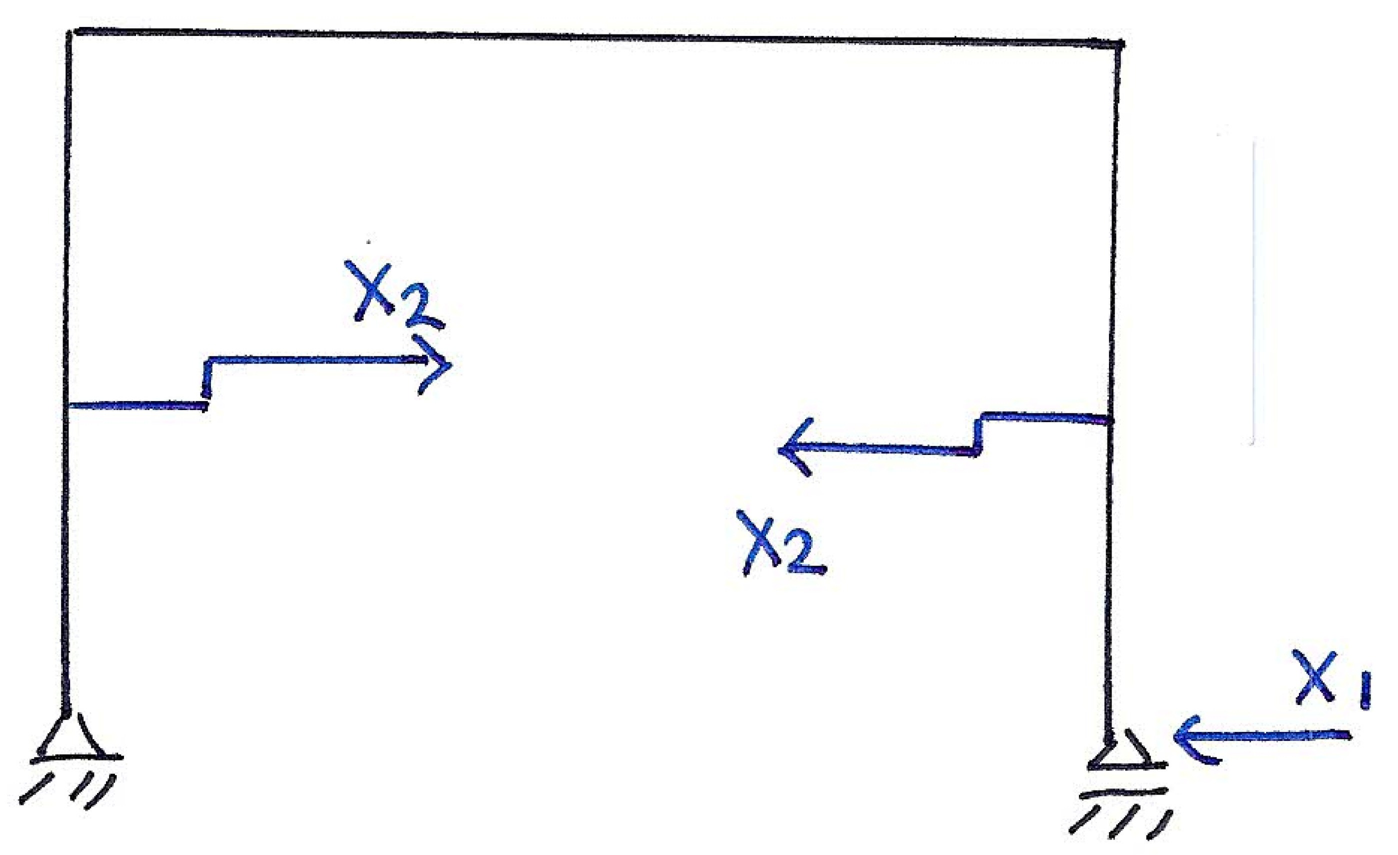
Ο τρόπος αυτός ενδείκνυται για την συγκεκριμένη άσκηση διότι ζητάω μετακίνηση στο i για πολλά αίτια.

Το πλεονέκτημα είναι ότι θα λύσω μόνο μια φορά τον υπερστατικό.

(θα χρειαστεί να υπολογίσω μόνο το $\dot{\bar{M}}_{,i}$ ~> διάγραμμα ροπών υπερστατικού για μοναδιαία φόρτιση στο i)

Ισοστατικό Κύριο σύστημα.

- Καταλύω τη ράβδο EF (εμφανίζεται η X_2 → διπλή δύναμη)
- Καταλύω την οριζόντια ράβδο στο B, άρα η άρθρωση γίνεται κύλιση.



(α) Εξωτερική φόρτιση

Η ζητούμενη μετακίνηση θα προκύψει από τον τύπο:

$$\dot{\delta}_{i,p} = \int \frac{\dot{M}_{,i}\, M_{,p}}{EJ}\, ds + \sum \frac{\dot{S}_{r,i} \cdot S_{r,p}}{EA_r}\, \ell_r \qquad (1)$$

μ μοναδιαία φόρτιση στον υπερστατικό

αίτιο → παραμόρφωση στο Ι.Κ.Σ

$\dot{M}_{,i}$ → διάγραμμα ροπών του Υ.Φ. λόγω μοναδιαίου φορτίου στο i

$M_{,p}$ → — // — του Ι.Κ.Σ λόγω εξωτερικής φόρτισης

$\dot{S}_{r,i}$ → τάση ράβδου στον Υ.Φ λόγω μοναδιαίου φορτίου στο i

$S_{r,p}$ → — // — στο Ι.Κ.Σ λόγω εξωτερικής φόρτισης.

(1) Επίλυση του Υ.Φ. για μοναδιαία φόρτιση στο i → $\dot{M}_{,i}$

Κατάσταση Α → Ι.Κ.Σ για μοναδιαία φόρτιση στο i

Κατάσταση Β → Ι.Κ.Σ για $X_1=1$

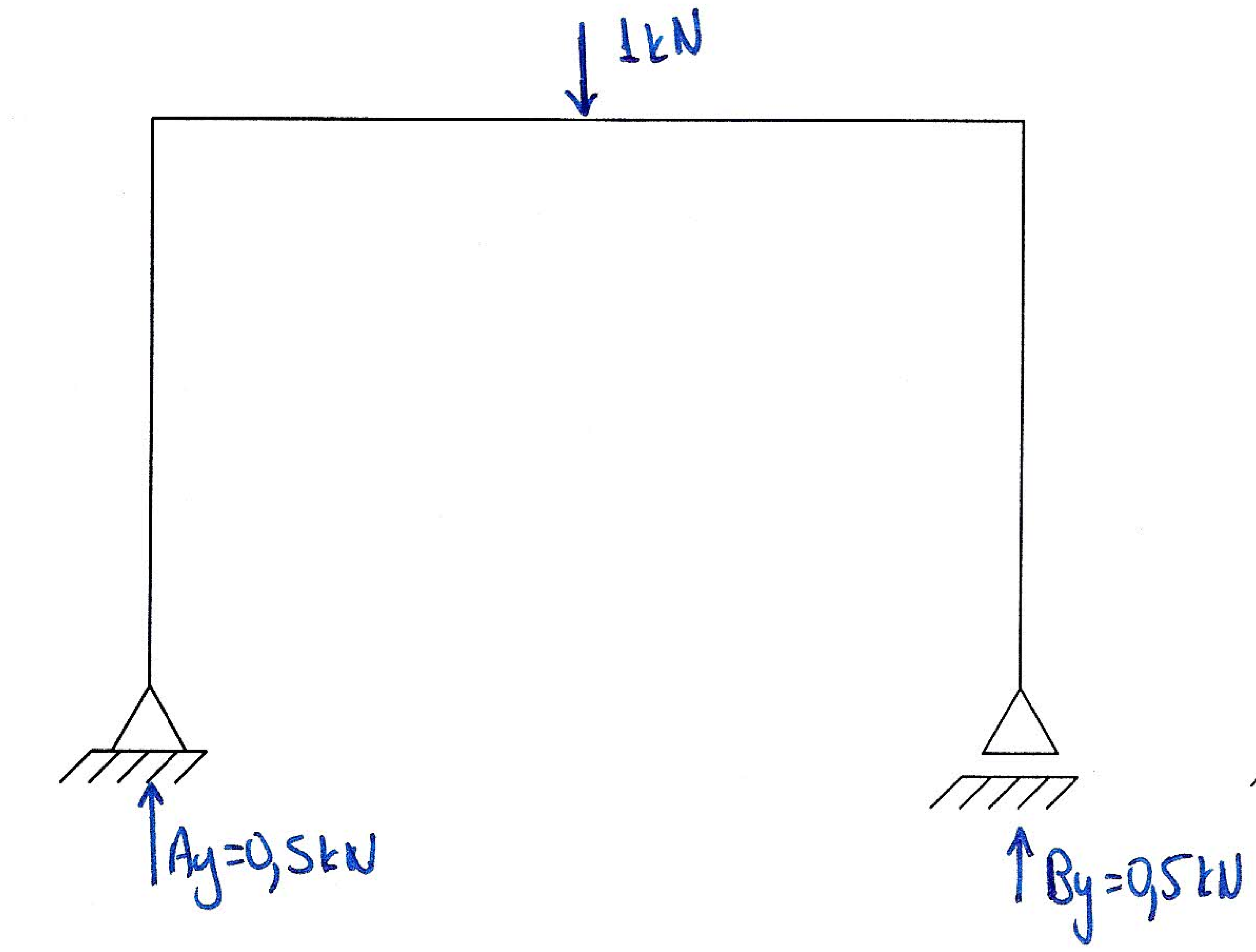
Κατάσταση Γ → Ι.Κ.Σ για $X_2=1$.

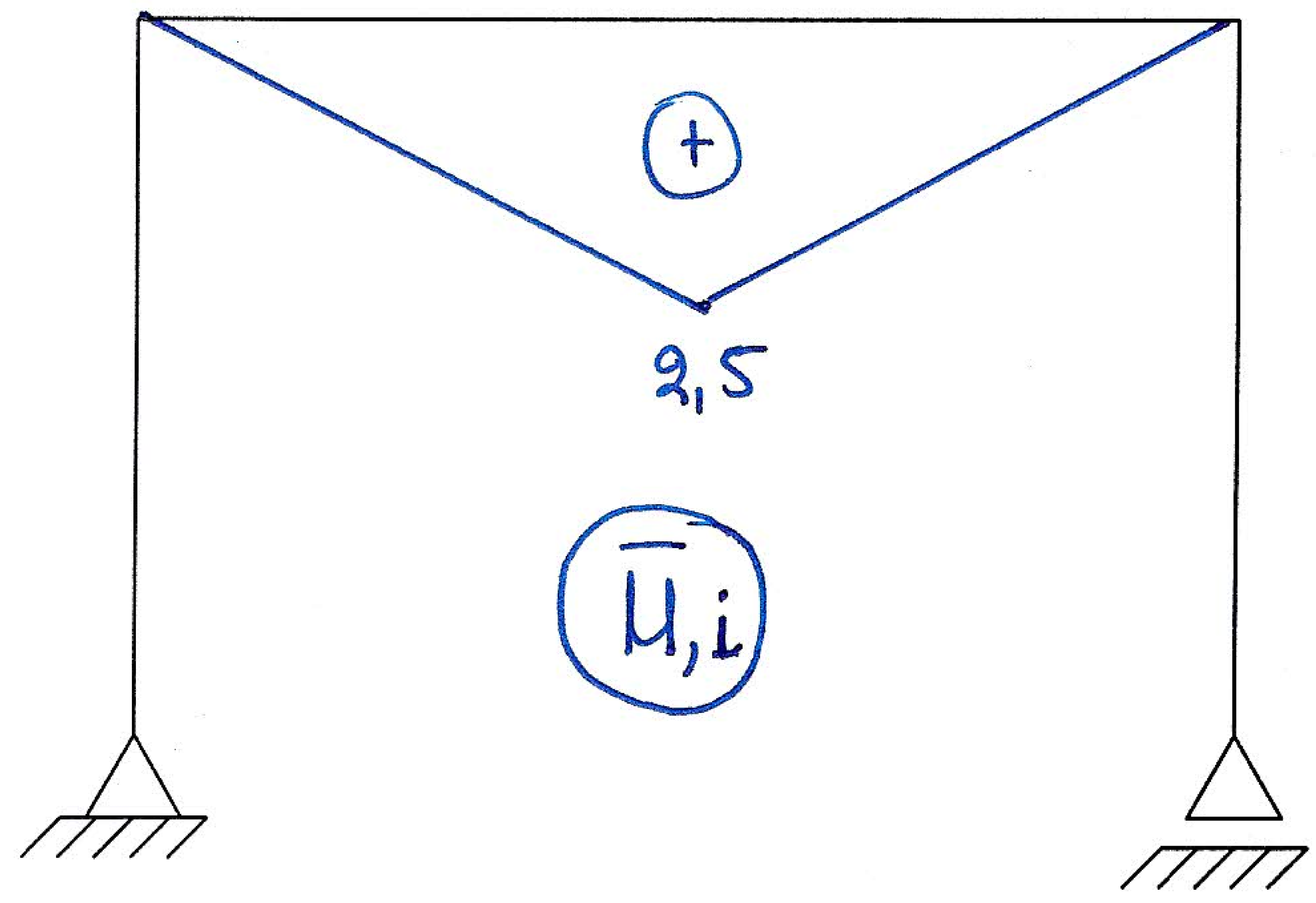
Εξισώσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων:

$$\dot{\delta}_{Bx} = 0 \Rightarrow \delta_{B,1} + \delta_{B,X1=1} \cdot X_1 + \delta_{B,X2=1} \cdot X_2 = 0$$

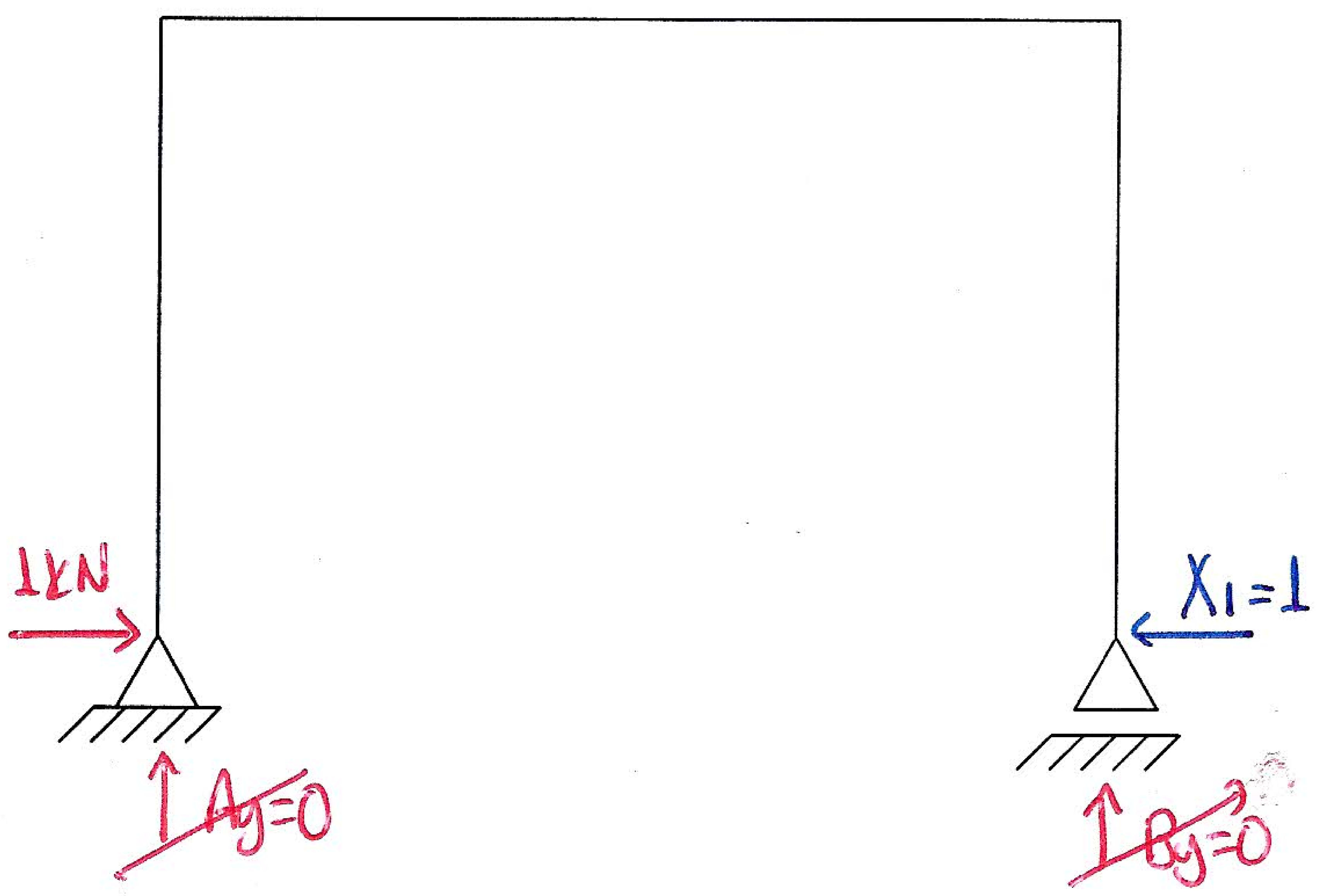
$$\Delta\dot{u}_{EF} = 0 \Rightarrow \Delta u_{EF,1} + \Delta u_{EF,X1=1} \cdot X_1 + \Delta u_{EF,X2=1} \cdot X_2 = 0$$

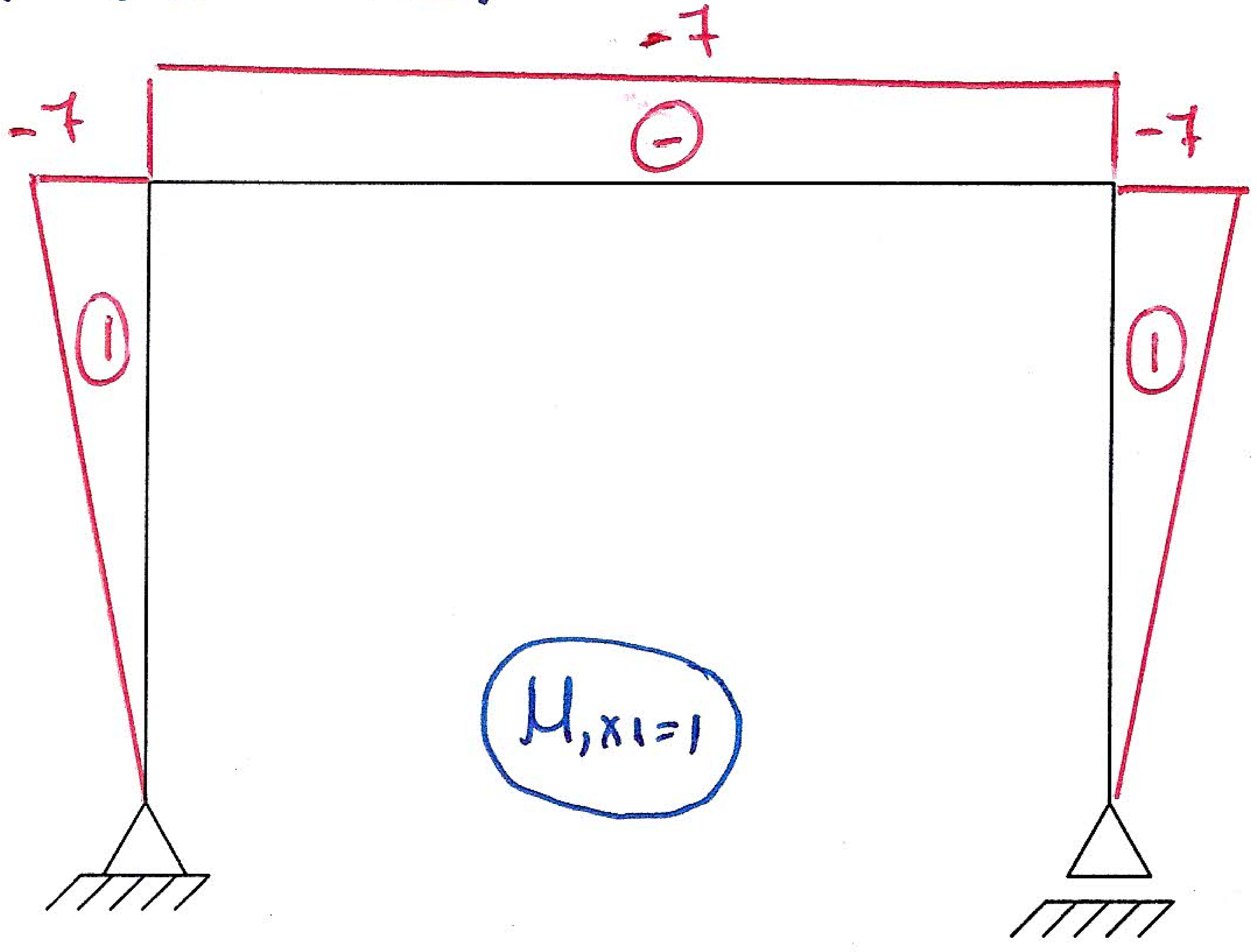
Κατάσταση Α → Μοναδιαία φόρτιση στο i στο Ι.Κ.Σ.



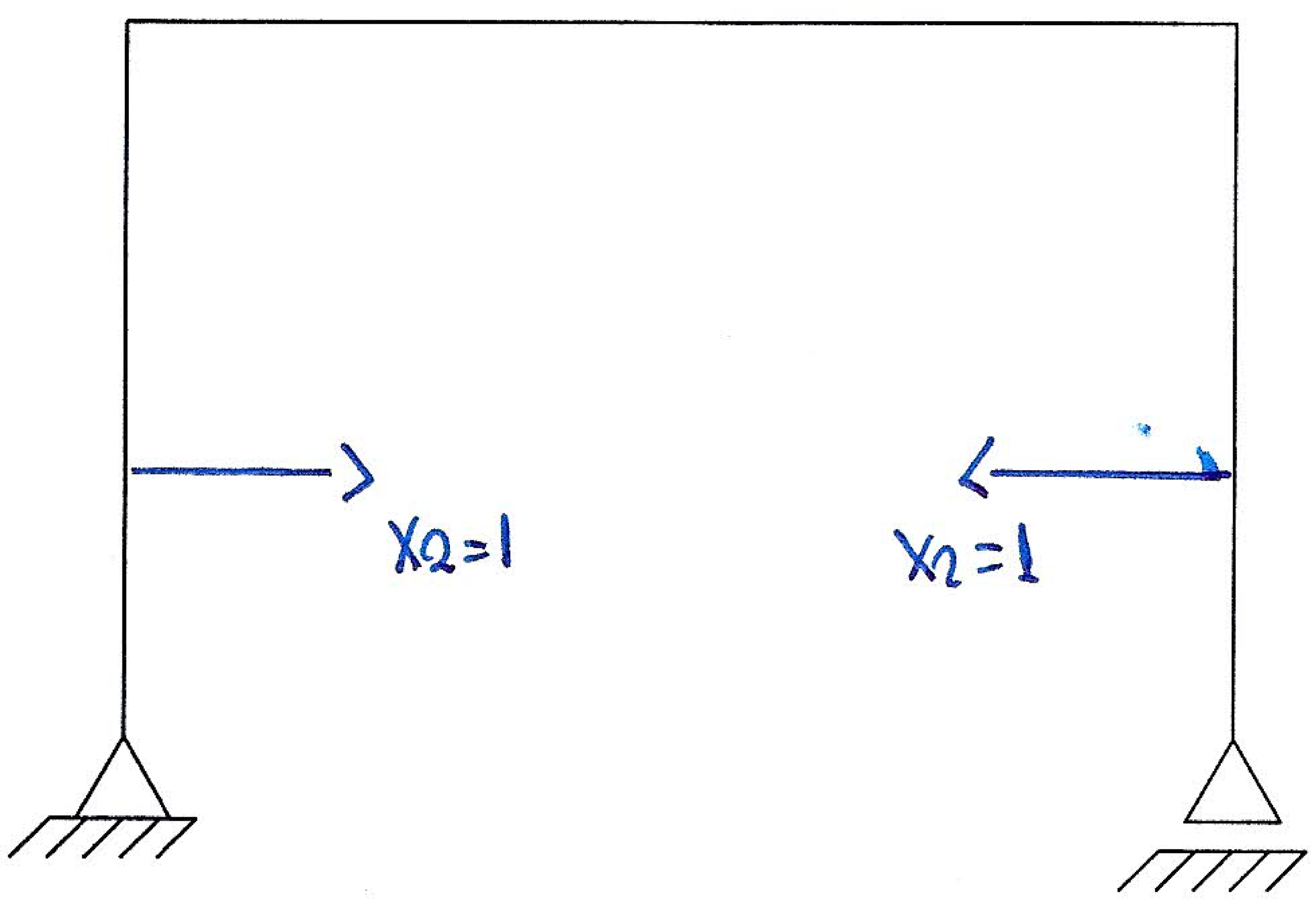


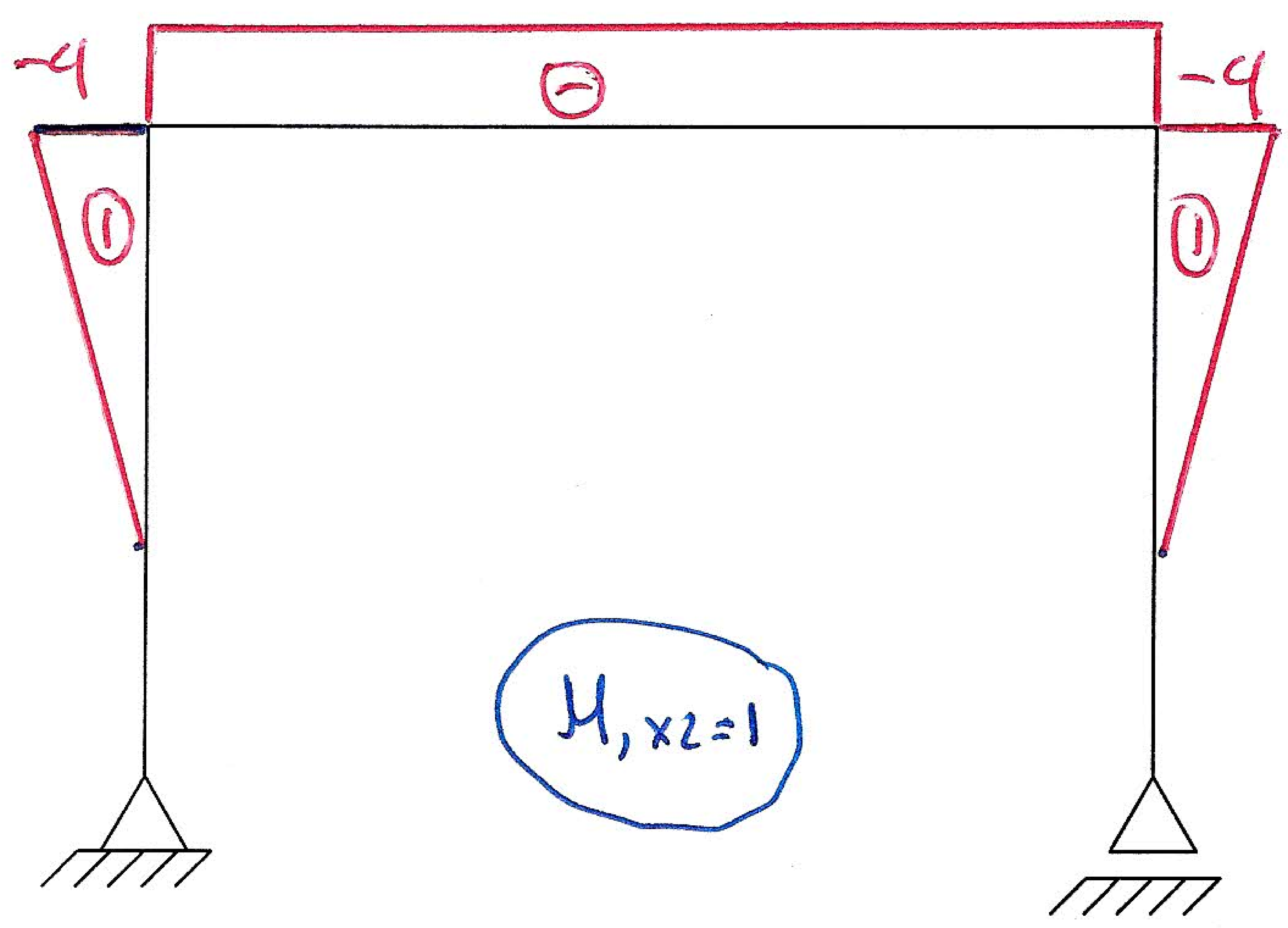
Κατάσταση Β → Μοναδιαία φόρτιση $X_1=1$ στο Ι.Κ.Σ.





Κατάσταση Γ → Μοναδιαία φόρτιση $X_2=1$ (δίτιμη δύναμη) στο Ι.Κ.Σ.





$A_x = A_y = B_y = \emptyset$

• Κατάσταση A ("1" στο i) Ι.Κ.Σ.

$$\delta_{B,1} = \int \underbrace{M_{,1}}_{\text{εξωτερική φόρτιση}} \cdot \underbrace{M_{,x_1=1}}_{\text{μοναδιαία φόρτιση}} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{\cancel{S_{,1}}}_{0} \cdot \underbrace{\cancel{S_{,x_1=1}}}_{0} \cdot \frac{\ell_{EF}}{EA} = \frac{2}{EJ} \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 2{,}5 \times (-7) \right) = -\frac{29{,}1667}{EJ} \, m$$

$$\Delta U_{EF,1} = \int M_{,1} \cdot M_{,x_2=1} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{S_{,1}}_{0} \cdot S_{,x_2=1} \cdot \frac{\ell_{EF}}{EA} = 2 \times \frac{1}{3EJ} \left(\frac{1}{2} \times 5 \times (-4) \times 2{,}5 \right) = -\frac{16{,}667}{EJ} \, m$$

• Κατάσταση B ($X_1 = 1$) Ι.Κ.Σ

$$\delta_{B,x_1=1} = \int \underbrace{M_{,x_1=1}}_{\text{εξωτερική φόρτιση}} \cdot \underbrace{M_{x_1=1}}_{\text{μοναδιαία φόρτιση}} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{S_{,x_1=1}}_{0} \cdot \underbrace{S_{x_1=1}}_{0} \frac{\ell_{EF}}{EA} =$$

$$= \frac{1}{EJ} \times 2 \left(\frac{1}{3} \times 7 \times (-7) \times (-7) \right) + \frac{1}{3EJ} \times 10 \times (-7)(-7) = \frac{392}{EJ} \, m$$

$$\delta U_{EF,x_1=1} = \int \underbrace{M_{,x_1=1}}_{\text{εξωτερική φόρτιση}} \cdot \underbrace{M_{,x_2=1}}_{\text{μοναδιαία φόρτιση}} \frac{ds}{EJ} + S_{,x_1=1} \cdot \underbrace{S_{,x_2=1}}_{1} \frac{\ell_{EF}}{EA} = \underbrace{\delta_{B,x_2=1}}_{\text{(ΔΕΣ ΑΜΕΣΩΣ ΜΕΤΑ)}}$$

• Κατάσταση Γ ($X_2 = 1$) Ι.Κ.Σ.

$$\delta_{B,x_2=1} = \int \underbrace{M_{,x_2=1}}_{\text{εξωτερική φόρτιση}} \cdot \underbrace{M_{,x_1=1}}_{\text{μοναδιαία φόρτιση}} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{S_{,x_2=1}}_{1} \cdot \underbrace{S_{,x_1=1}}_{0} \frac{\ell_{EF}}{EA} =$$

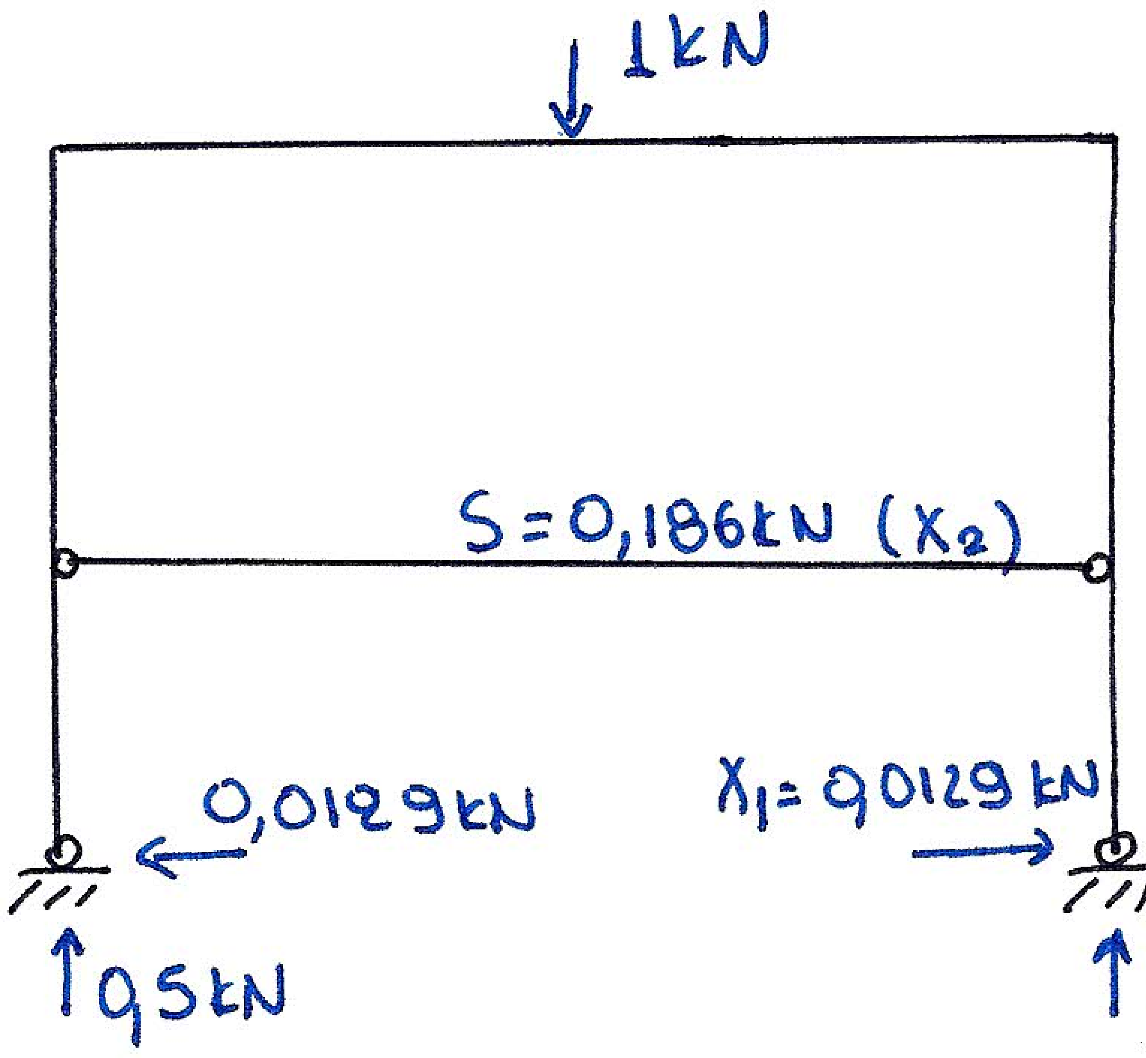
$$= 2 \times \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{6} \times 4 \times (-4)(-3 + 2 \times (-7)) \right) + \frac{1}{3EJ} \times 10 \times (-4)(-7) = \frac{184}{EJ} \, m$$

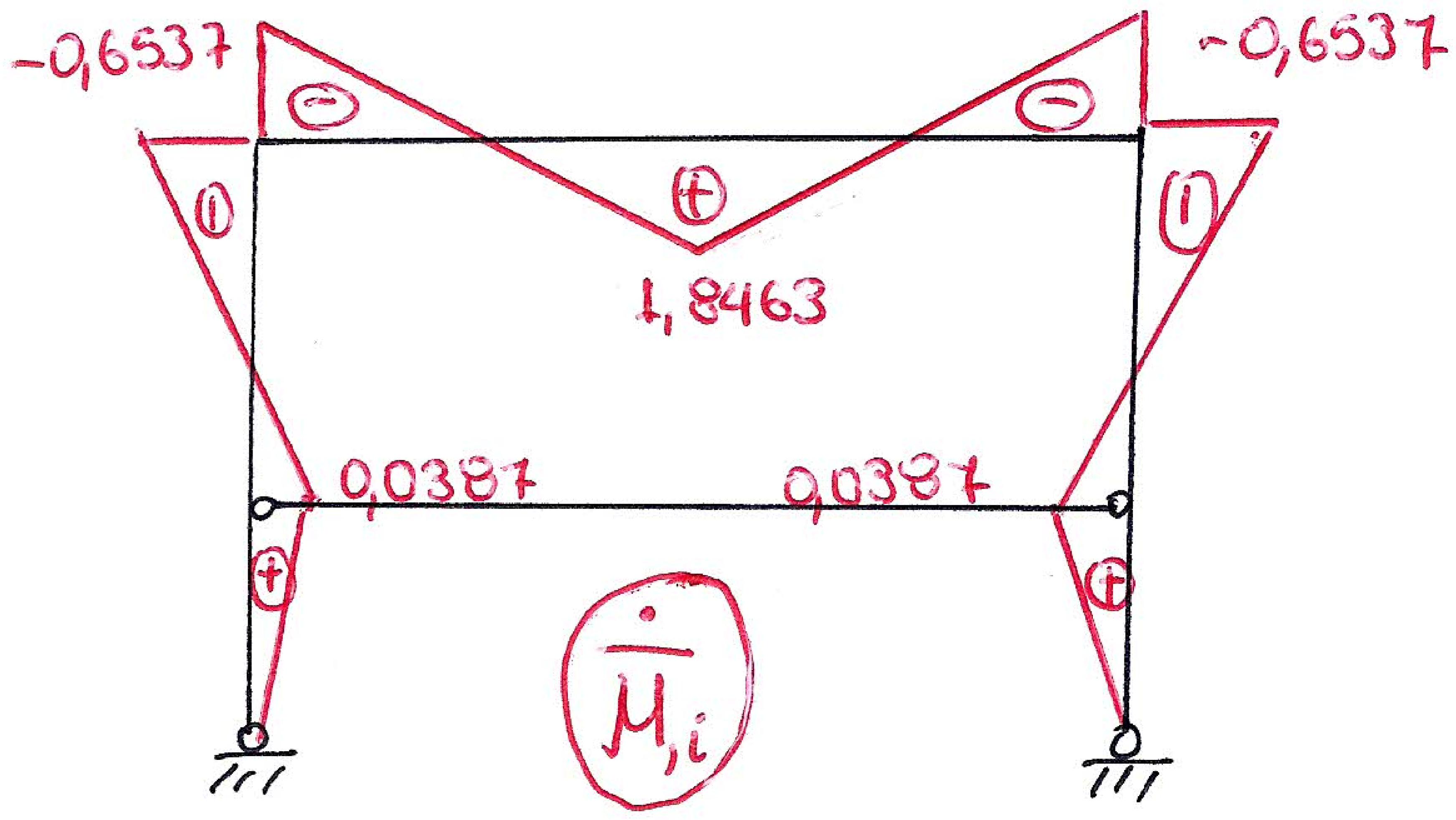
$$\Delta U_{EF,x_2=1} = \int M_{,x_2=1} \cdot M_{,x_2=1} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{S_{,x_2=1}}_{1} \cdot \underbrace{S_{,x_2=1}}_{1} \frac{\ell_{EF}}{EA} =$$

$$= \frac{1}{EJ} \times 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 4 \times (-4)^2 \right) + \frac{1}{3EJ} \times 10 \times (-4)(-4) + 1 \times 1 \times \frac{10}{EF} = \frac{102{,}36}{EJ} \, m$$

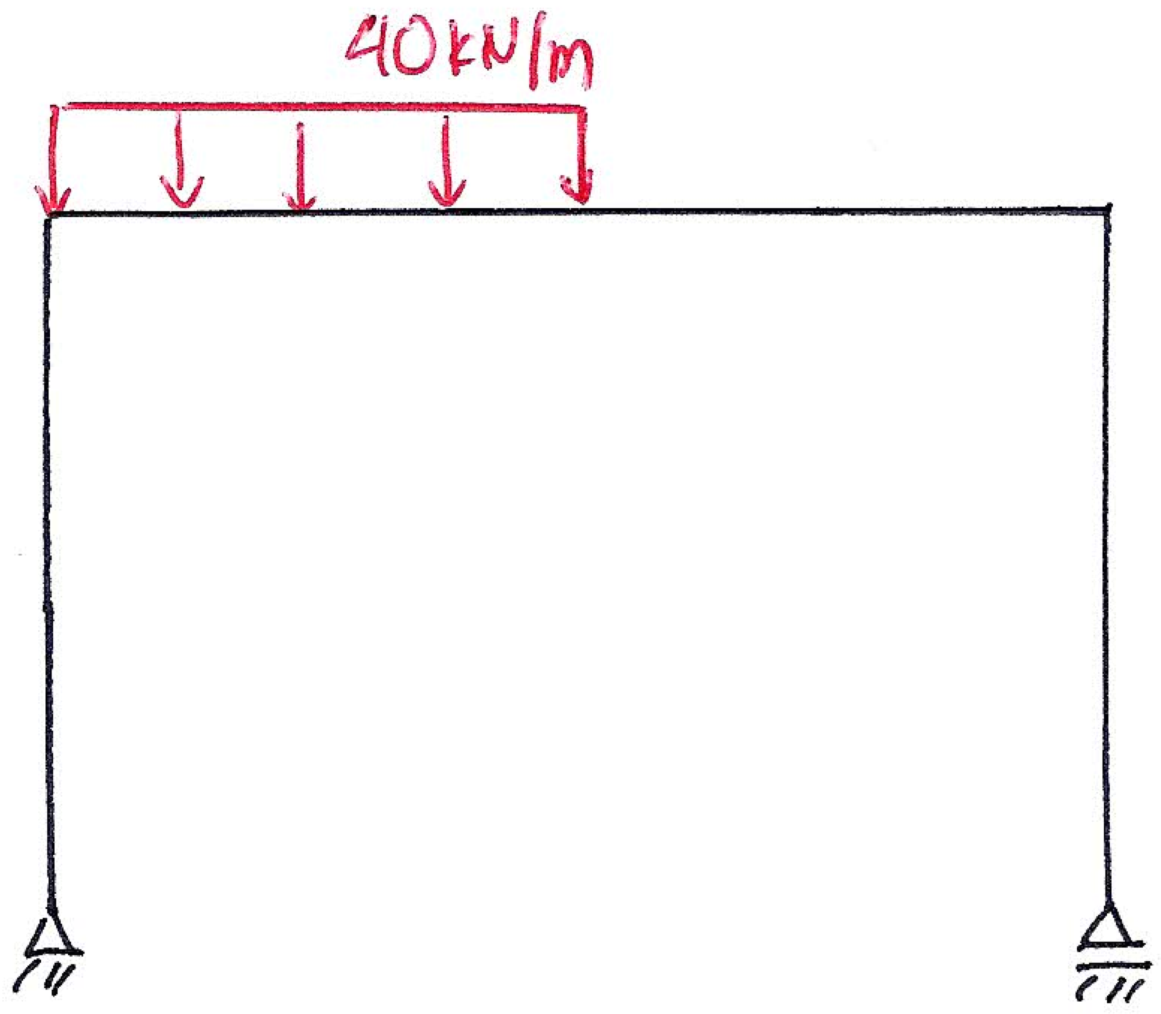
Το σύστημα των εξισώσεων συμβιβαστού: → $X_1 = -0{,}0129 \, kN$

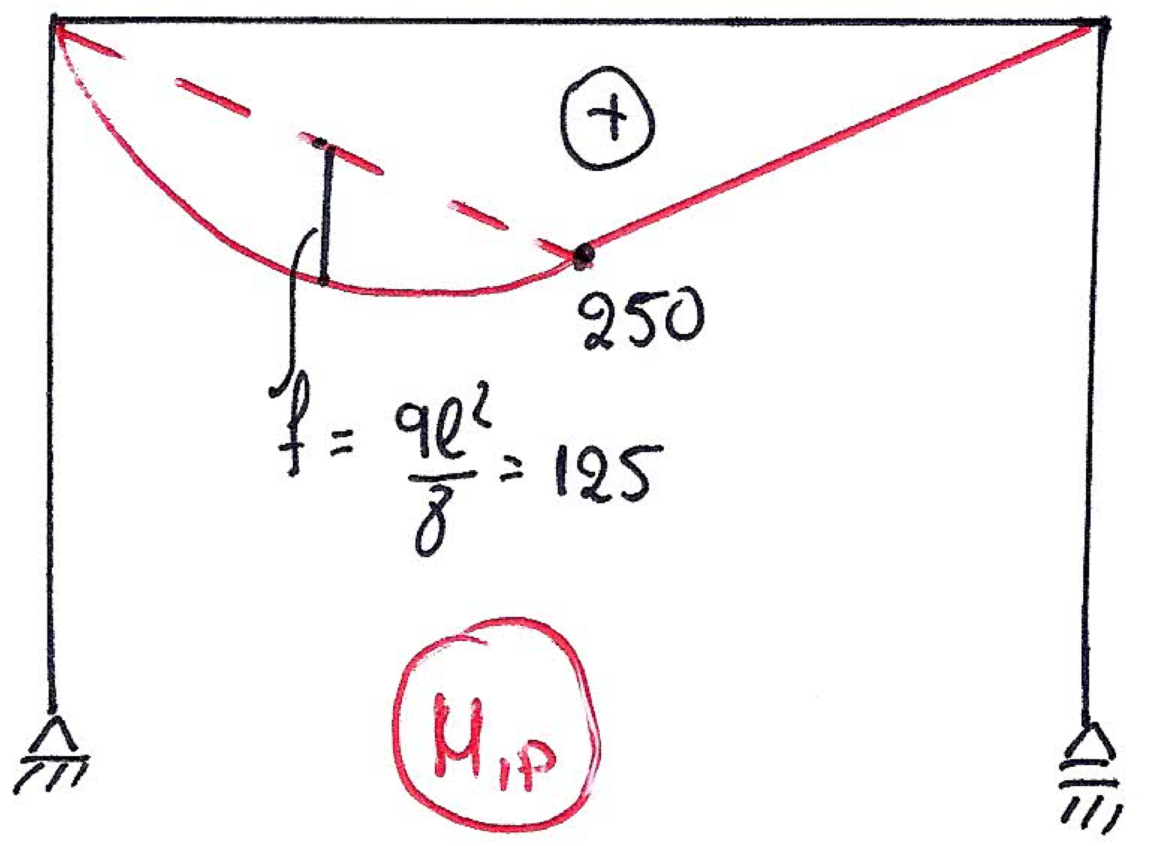
$X_2 = 0{,}186 \, kN$.





② Επίλυση του Σ.Κ.Σ για την εξωτερική φόρτιση → $M_{,p}$





③ Υπολογισμός της $\dot{\delta}_{i,p}$ από τη σχέση ①

$$\dot{\delta}_{i,p} = \int \dot{\bar{M}}_i \, M_{,p} \frac{ds}{EJ} + \sum \dot{\bar{S}}_{r,i} \, \underbrace{S_{r,p}}_{0} \cdot \frac{\ell_r}{EA} =$$

$$= \frac{5}{3EJ}\left[\left(\frac{1}{3} \times (-2{,}5)(125) + \frac{1}{6} \times (-2{,}5) \times (250) \right) + \left(\frac{2}{3} \times 1{,}8463 \times 125 + \frac{1}{2} \times 1{,}8463 \times 250 \right) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{6} \times (-2{,}5) \times 250 + \frac{1}{2} \times 1{,}8463 \times 250 \right) \right] = 2{,}804 mm.$$

(β) $\Delta t = 30^\circ C$ στο CD και $t = 20^\circ C$ στην EF.

$$\dot{\delta}_{i,(\Delta t+t)} = \int \dot{\bar{M}}_{,i} \cdot \frac{a\Delta t}{h}\, ds + \dot{\bar{S}}_{r,i} \cdot a t \cdot \ell_{EF} =$$

μοναδιαία φόρτιση στον Υ.Φ. (το έχω βρει)

αίτιο → παραμόρφωση στο Ι.Κ.Σ

$$= \frac{a\Delta t}{h_{CD}} \underbrace{\int \dot{\bar{M}}_{,i}}_{\text{εμβαδό διαγράμματος ροπών}} + \dot{\bar{S}}_{r,i} \cdot a t \cdot \ell_{EF} = \frac{10^{-5} \times 30}{0{,}5} \times 2 \times \left(\frac{1}{2} \times (1{,}3074) \times (-0{,}6537) + \frac{1}{2}(5-1{,}3074) \times 1{,}8463 \right)$$

$$+ 0{,}186 \times 10^{-5} \times 20 \times 10 = 3{,}949\,mm$$

(γ) $\Delta\phi_K = 0{,}01\,rad$ και $\Delta h_m = 1\,cm$

$$\dot{\delta}_{i,\Delta\phi+\Delta h} = \dot{\bar{M}}_{K,i} \cdot \Delta\phi_K + \dot{\bar{Q}}_{m,i}\, \Delta h_m$$

τιμή ροπής Υ.Φ. στο K

τιμή τέμνουσας Υ.Φ. στο m

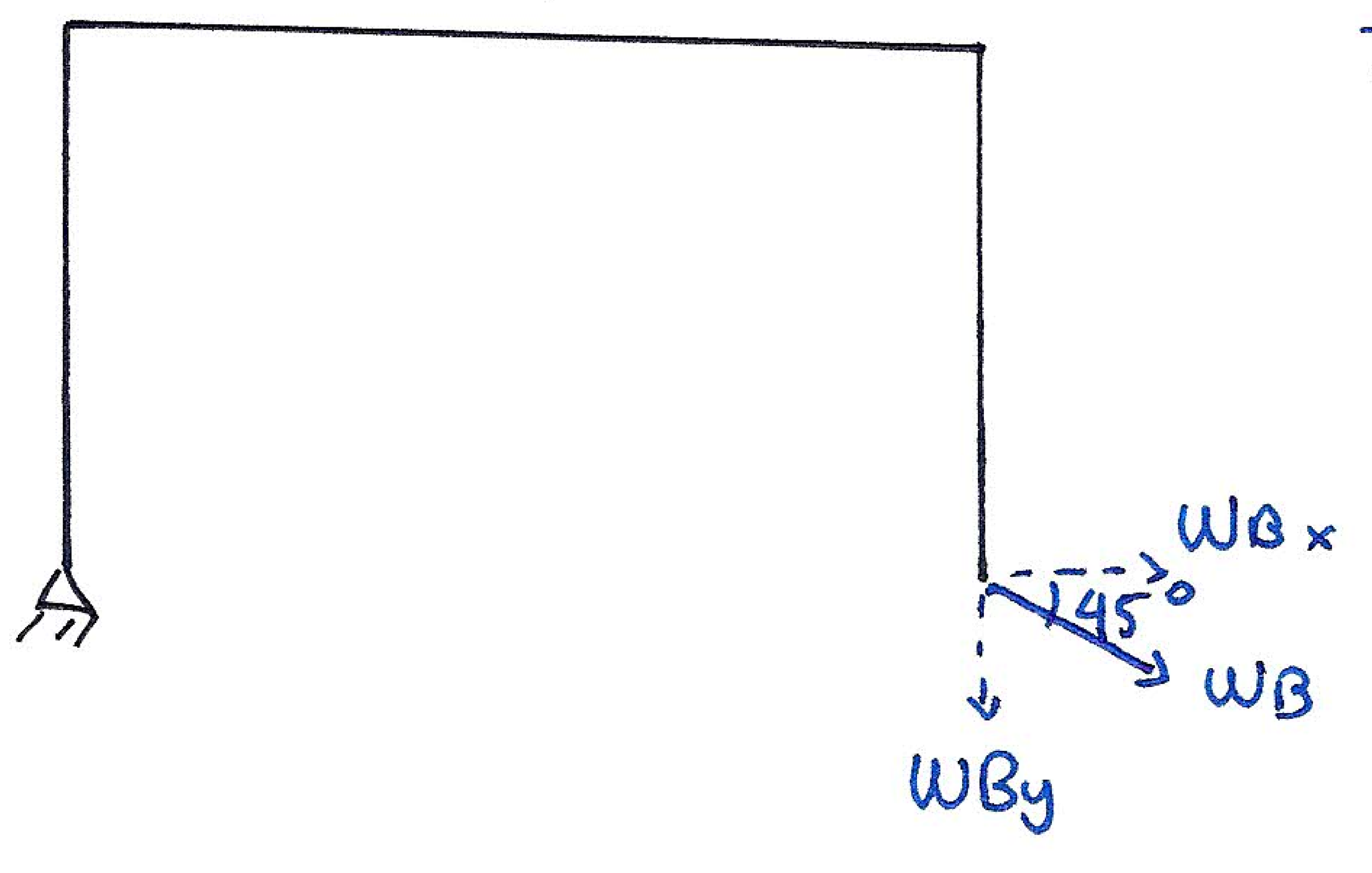
Έχω βρει: $\dot{\bar{M}}_{K,i} = 0{,}5963$ (γεωμετρικά από $\bar{M}_{,i}$)

και $\dot{\bar{Q}}_{m,i} = \frac{\dot{\bar{M}}^{b} - \dot{\bar{M}}^{a}}{\ell_{DF}} = \frac{0{,}0387 + 0{,}06537}{4} = 0{,}1731\,kN$

άρα $\dot{\delta}_{i,\Delta\phi+\Delta h} = 0{,}5963 \times 0{,}01 + 0{,}1731 \times 0{,}01 = 7{,}694\,mm$.

(δ) $w_B = 2{,}4\,cm$

$$\dot{\delta}_{i,w} = \dot{\bar{R}}_{Bx,i} \cdot w_{Bx} + \dot{\bar{R}}_{By,i} \cdot w_{By} = -0{,}129 \times 1{,}6971 \times 10^{-2} + 0{,}5 \times 1{,}6971 \times 10^{-2} = 8{,}266\,mm$$



$\dot{\bar{R}}_{Bx,i}, \dot{\bar{R}}_{By,i}$ → αντιδράσεις Bx και By λόγω μοναδιαίας φόρτισης στον Υ.Φ.

w_{Bx}, w_{By} → συνιστώσες της w_B κατά x, y λόγω της υποχώρησης στήριξης στο Ι.Κ.Σ.

($w_{Bx} = w_{By} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot w_B = 1{,}6971\,cm$)

Β' τρόπος

✓ Βοηθητική φόρτιση στο Ι.Κ.Σ

✓ Αίτιο στον Υ.Φ.

(α) $\dot{\delta}_{4P} = \int \overline{M}_{,i} \cdot \dot{M}_{,P} \frac{ds}{EJ} + \Sigma \overline{S}_{r,i} \cdot \dot{S}_{,P} \frac{l_r}{EF}$

μοναδιαία φόρτιση στο Ι.Κ.Σ

αίτιο → παραμόρφωση στον Υ.Φ.

① Επίλυση του Υ.Φ λόγω εξωτερικής φόρτισης → $\dot{M}_{,P}$

Κατάσταση Α → Ι.Κ.Σ με εξωτερική φόρτιση

Κατάσταση Β → Ι.Κ.Σ. για $X_1 = 1$ (όμοια με Α' τρόπο) → $\delta_{B,X_1=1} = 392/EJ$, $\Delta U_{EF,X_1=1} = 184/EJ$

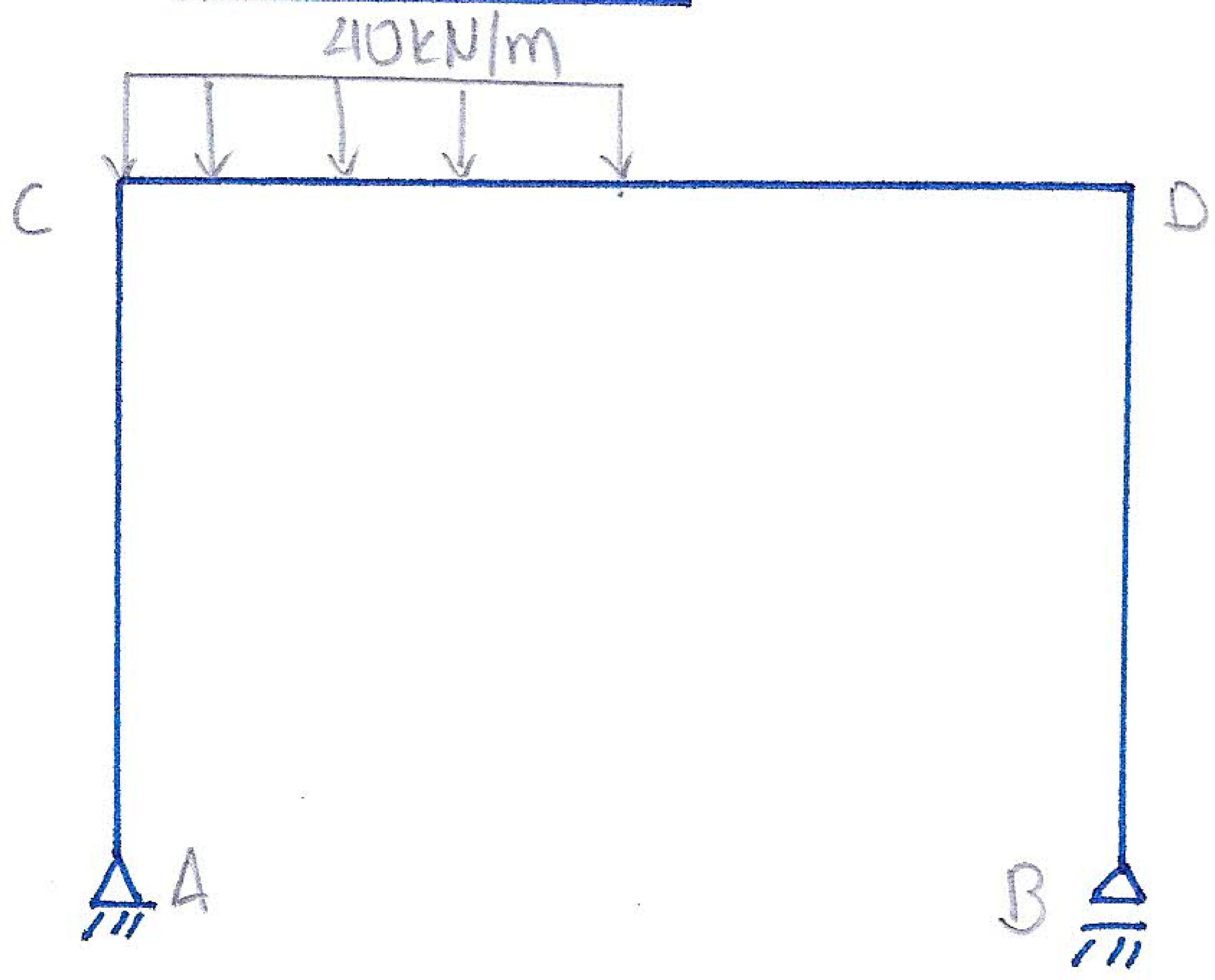
Κατάσταση Γ → Ι.Κ.Σ για $X_2 = 1$ (— // —) → $\Delta U_{EF,X_2=1} = 102{,}36/EJ$, $\delta_{B,X_2=1} = 184/EJ$

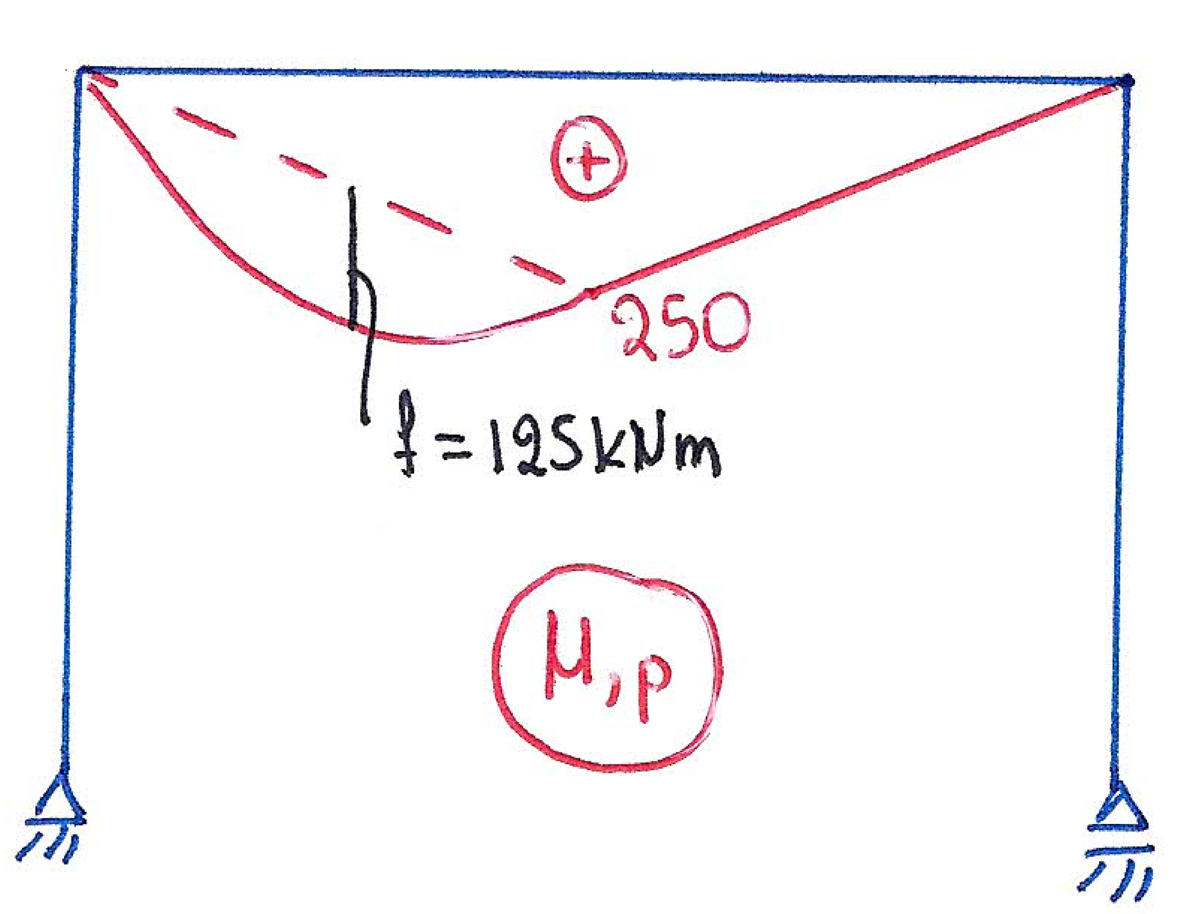
Εξισώσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων

$$\begin{cases} \dot{\delta}_{Bx} = 0 \Rightarrow \delta_{B,P} + \delta_{B,X_1=1} \cdot X_1 + \delta_{B,X_2=1} \cdot X_2 = 0 \\ \Delta \dot{U}_{EF} = 0 \Rightarrow \Delta U_{EF,P} + \Delta U_{EF,X_1=1} \cdot X_1 + \Delta U_{EF,X_2=1} \cdot X_2 = 0 \end{cases}$$

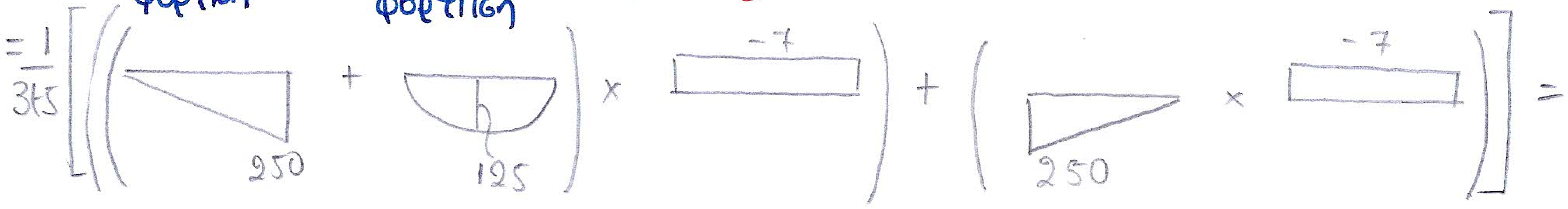
Άρα, πρέπει να υπολογίσω τα $\delta_{B,P}$ και $\Delta U_{EF,P}$ και να ξαναλύσω το σύστημα.

Κατάσταση Α.





$$\delta_{B,P} = \int \underbrace{M_{,P}}_{\text{εξωτερική φόρτιση}} \cdot \underbrace{M_{,X1=1}}_{\text{μοναδιαία φόρτιση}} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{S_{,P}}_{0} \cdot \underbrace{S_{,X1=1}}_{0} \frac{\ell_{EF}}{EA} =$$



$$= \frac{5}{3EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\times(250)(-7) + \frac{2}{3}\times(125)(-7)\right) + \left(\frac{1}{2}\times(250)(-7)\right)\right] = \frac{5}{3EJ}(875 + 583{,}33 + 875) =$$

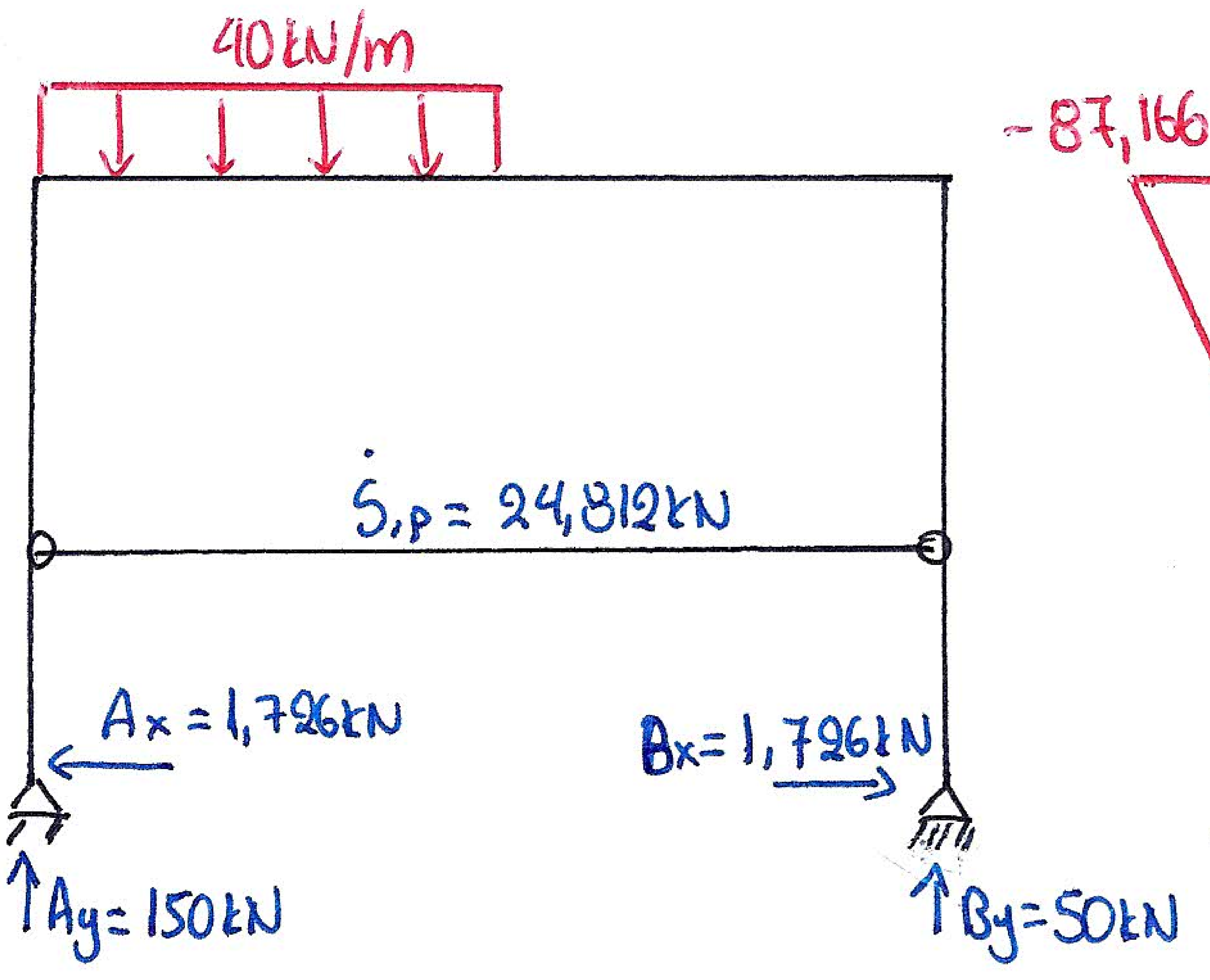
$$= -\frac{3888{,}89}{EJ}\ m.$$

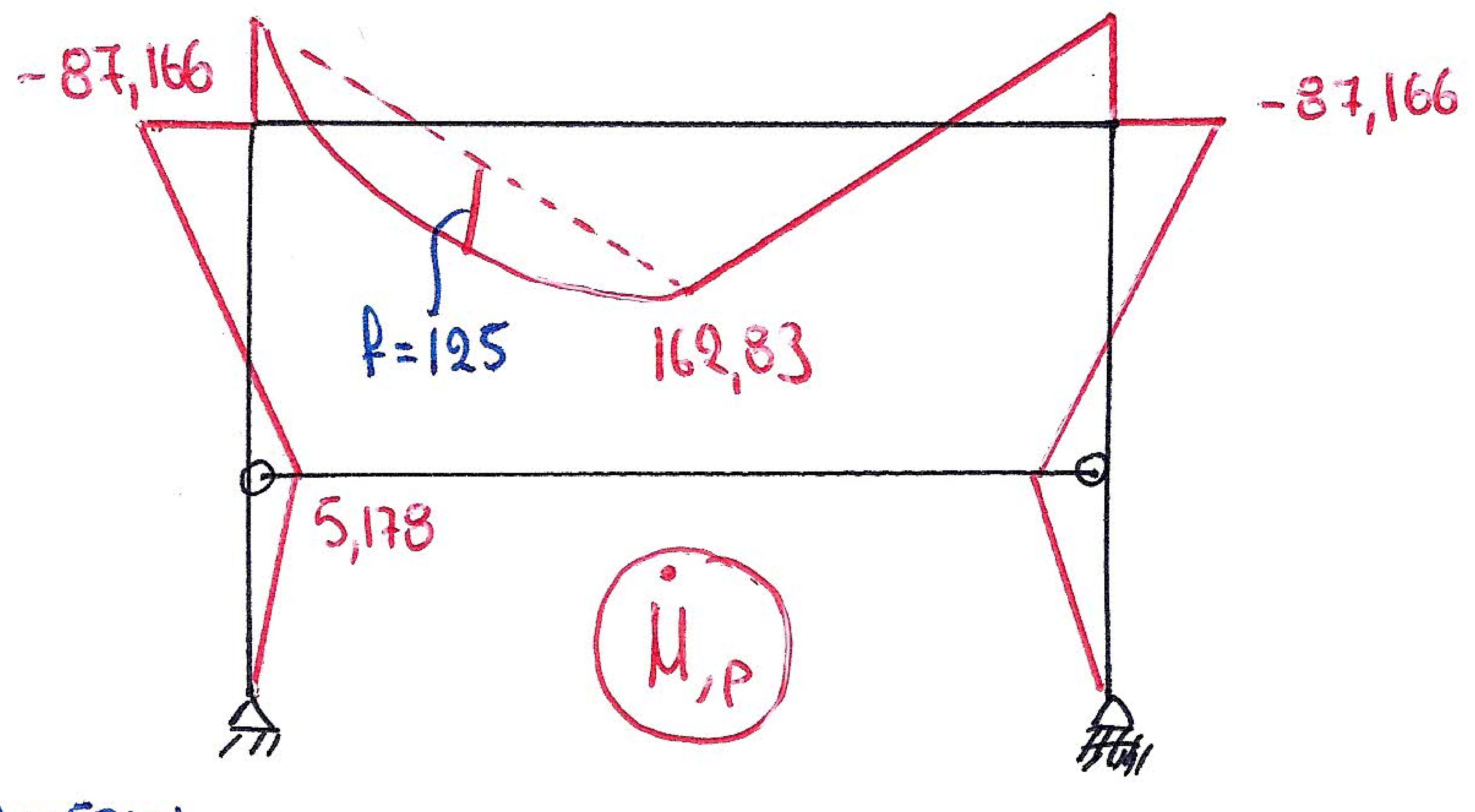
$$\Delta U_{EF,P} = \int \underbrace{M_{,P}}_{\text{εξωτερική φόρτιση}} \cdot \underbrace{M_{,X2=1}}_{\text{μοναδιαία φόρτιση}} \frac{ds}{EJ} + \underbrace{S_{,P}}_{0} \cdot \underbrace{S_{,X2=1}}_{1} \cdot \frac{\ell_{EF}}{EJ} =$$

$$= \frac{5}{3EJ}\left[\frac{1}{2}\times 250\times(-4) + \frac{2}{3}\times 125\times(-4) + \frac{1}{2}\times 250\times(-4)\right] = -\frac{2222{,}22}{EJ}\ m$$

Επομένως, το σύστημα των εξισώσεων συμβιβαστού:

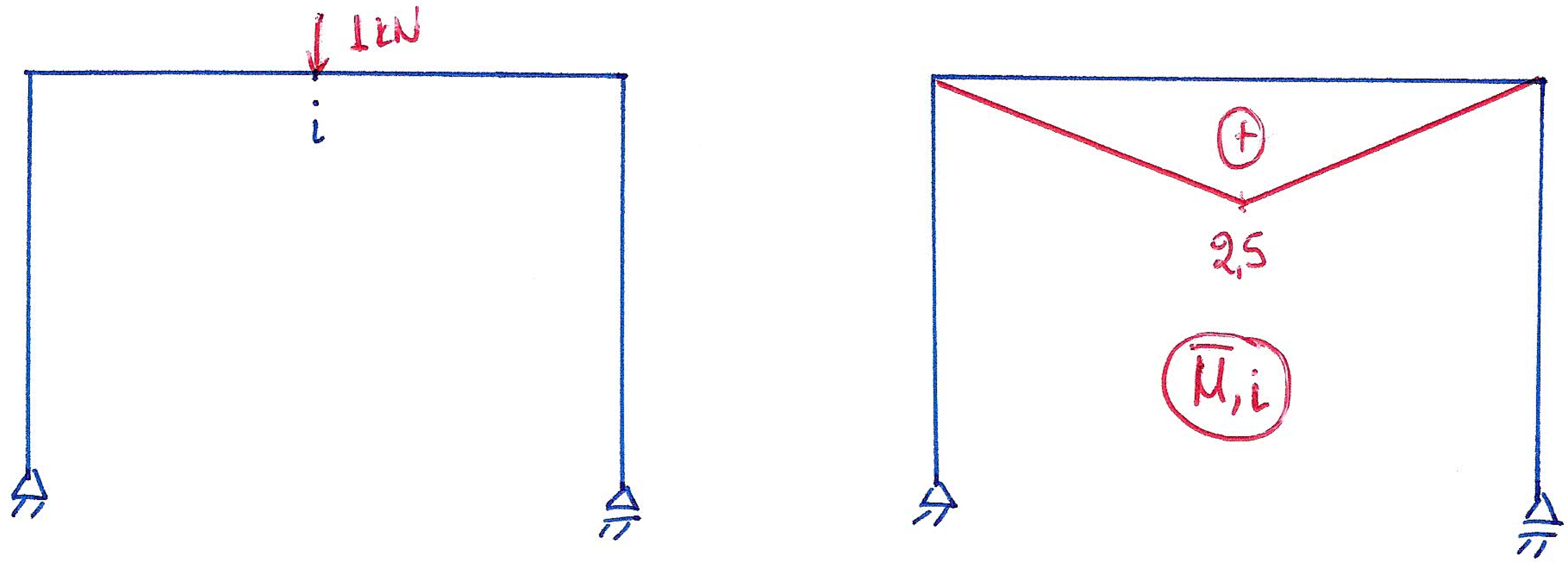
$$\left.\begin{aligned} \frac{392}{EJ}\cdot X_1 + \frac{184}{EJ}\cdot X_2 - \frac{3888{,}89}{EJ} &= 0 \\ \frac{184}{EJ}\cdot X_1 + \frac{102{,}36}{EJ} X_2 - \frac{2222{,}22}{EJ} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} X_1 &= -1{,}726\,kN \\ X_2 &= 24{,}812\,kN \end{aligned}$$





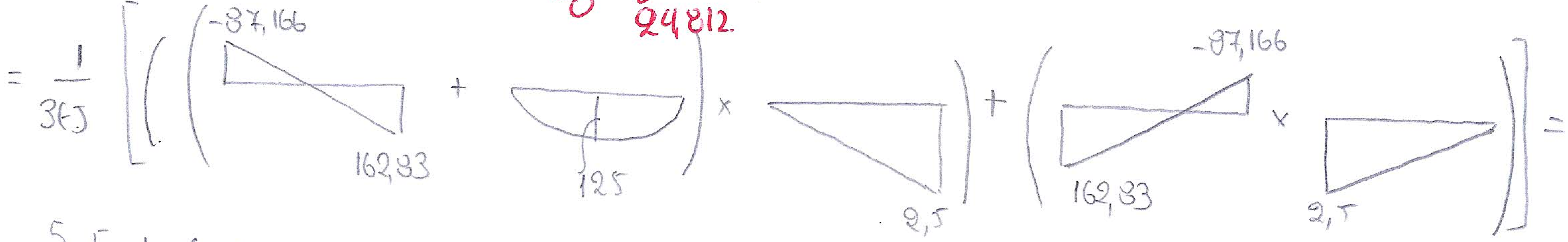
② Επίλυση του Ι.Κ.Σ για μοναδιαία φόρτιση στο i.

↳ όμοια με κατάσταση Α στο (α) ερώτημα του 1ου τρόπου.



③ Υπολογισμός της $\dot{\delta}_{i,p}$

$$\dot{\delta}_{i,p} = \int \bar{M}_{,i} \cdot \dot{M}_{,p} \frac{ds}{EJ} + \underset{\swarrow 0}{\bar{S}_{,i}} \; \underset{\swarrow 24{,}812}{\dot{S}_{,p}} \frac{\ell_{ef}}{EA} =$$



$$= \frac{5}{3EJ}\left[\frac{1}{6} \times (-87{,}166 + 2 \times 162{,}83) \times 2{,}5 + \frac{1}{3} \times 125 \times 2{,}5 + \frac{1}{6} \times (-87{,}166 + 2 \cdot 162{,}83) \times 2{,}5 \right] =$$

$$= \frac{5}{3EJ}(198{,}745 + 104{,}167) = \frac{504{,}853}{EJ} = 2{,}804 \text{ mm} \checkmark$$

(Β) Ο υπολογισμός της μετακίνησης βασίζεται στη σχέση:

$$\dot{\delta}_{i,\Delta T+t} = \int \underbrace{\bar{M}_{,i}}_{\substack{\text{Βοηθητική} \\ \text{φόρτιση} \\ \text{στο ΙΚΣ} \\ \text{(το έχω βρει)}}} \underbrace{\left(\frac{\alpha \Delta t}{h} + \frac{\dot{M}_{,\Delta t}}{EJ} \right)}_{\substack{\text{παραμόρφωση λόγω} \\ \text{αιτίου στον Υ.Φ.}}} ds + \bar{S}_{r,i} \left(\alpha t + \frac{\dot{S}_{r,\Delta t}}{EA} \right) \ell_{ef} \qquad (2)$$

Επομένως πρέπει να υπολογίσω στο $\dot{M}_{,\Delta T+t}$

① Εύρεση του $\dot{M}_{,\Delta t+t}$

Κατάσταση Α → Ι.Κ.Σ με Δt στο CD και t στην EF

Κατάσταση Β → όμοιως με (α) ερώτημα , $X_1=1$

-//- Γ → όμοιως με (α) ερώτημα , $X_2=1$

Εξισώσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων:

$$\dot{\delta}_{B_x}=0 \Rightarrow \delta_{B,\Delta t+t} + \overset{392/ES}{\delta_{B,X_1=1}}\cdot X_1 + \overset{184/ES}{\delta_{B,X_2=1}}\cdot X_2 = 0$$

$$\Delta\dot{U}_{EF}=0 \Rightarrow \Delta U_{EF,\Delta t+t} + \underset{\frac{184}{ES}}{\Delta U_{EF,X_1=1}}\cdot X_1 + \underset{\frac{102,36}{ES}}{\Delta U_{EF,X_2=1}}\cdot X_2 = 0$$

Υπολογισμός των $\underline{\delta_{B,\Delta t+t}}$ και $\underline{\Delta U_{EF,\Delta t+t}}$ στο Ι.Κ.Σ.

$$\delta_{B,\Delta t+t} = \int M_{,X_1=1}\cdot\frac{a\Delta t}{h}\,ds + \underset{0}{S_{,X_1=1}}\cdot a\cdot \ell_{EF}\cdot t =$$

$$= \frac{a\cdot\Delta t}{h}\int M_{,X_1=1}\,ds = \frac{10^{-5}\cdot 30}{0,5}\times(-7)\times 10 = -0,042\,m$$

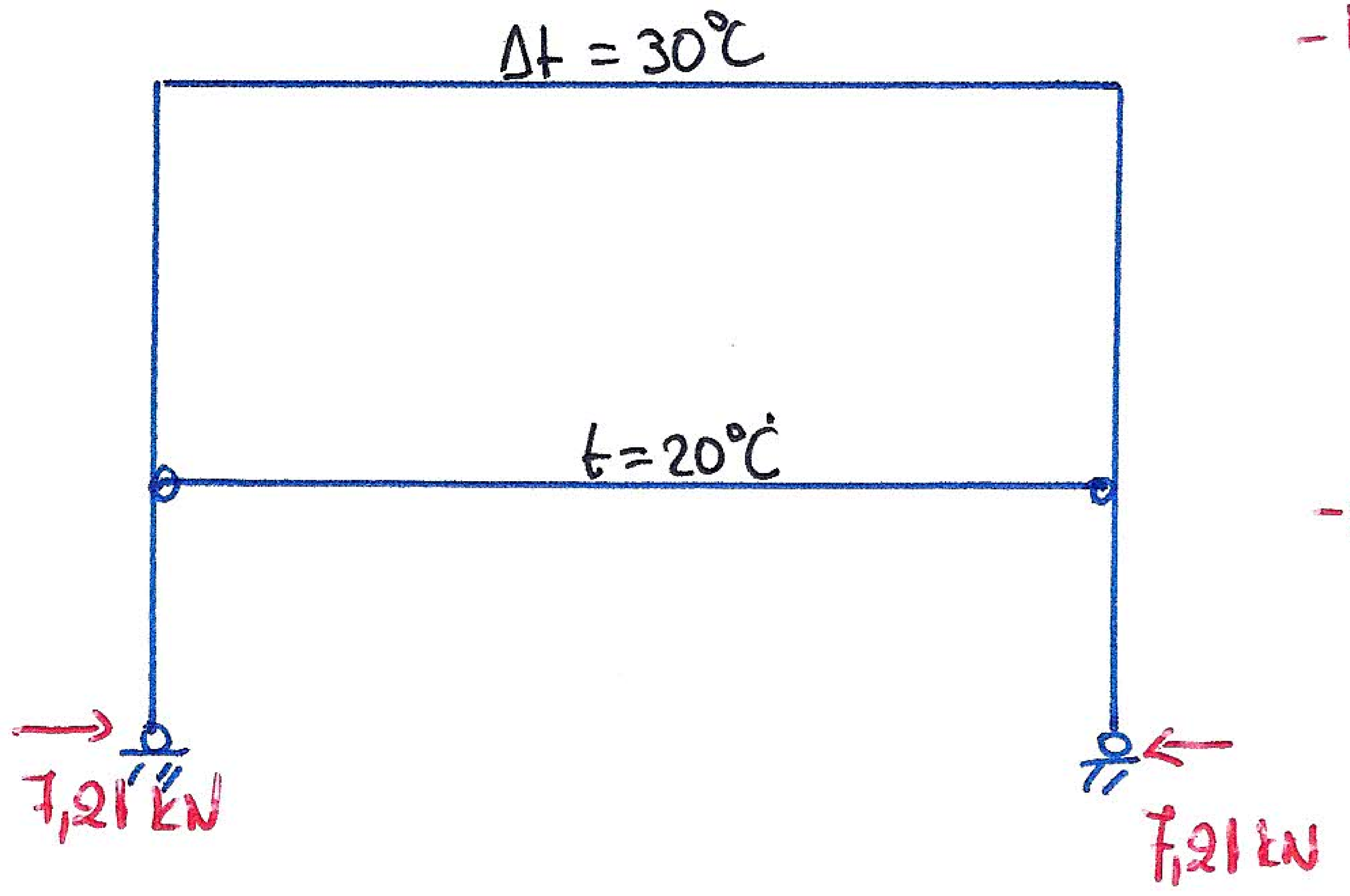
↳ εμβαδό του $M_{,X_1=1}$ στο CD

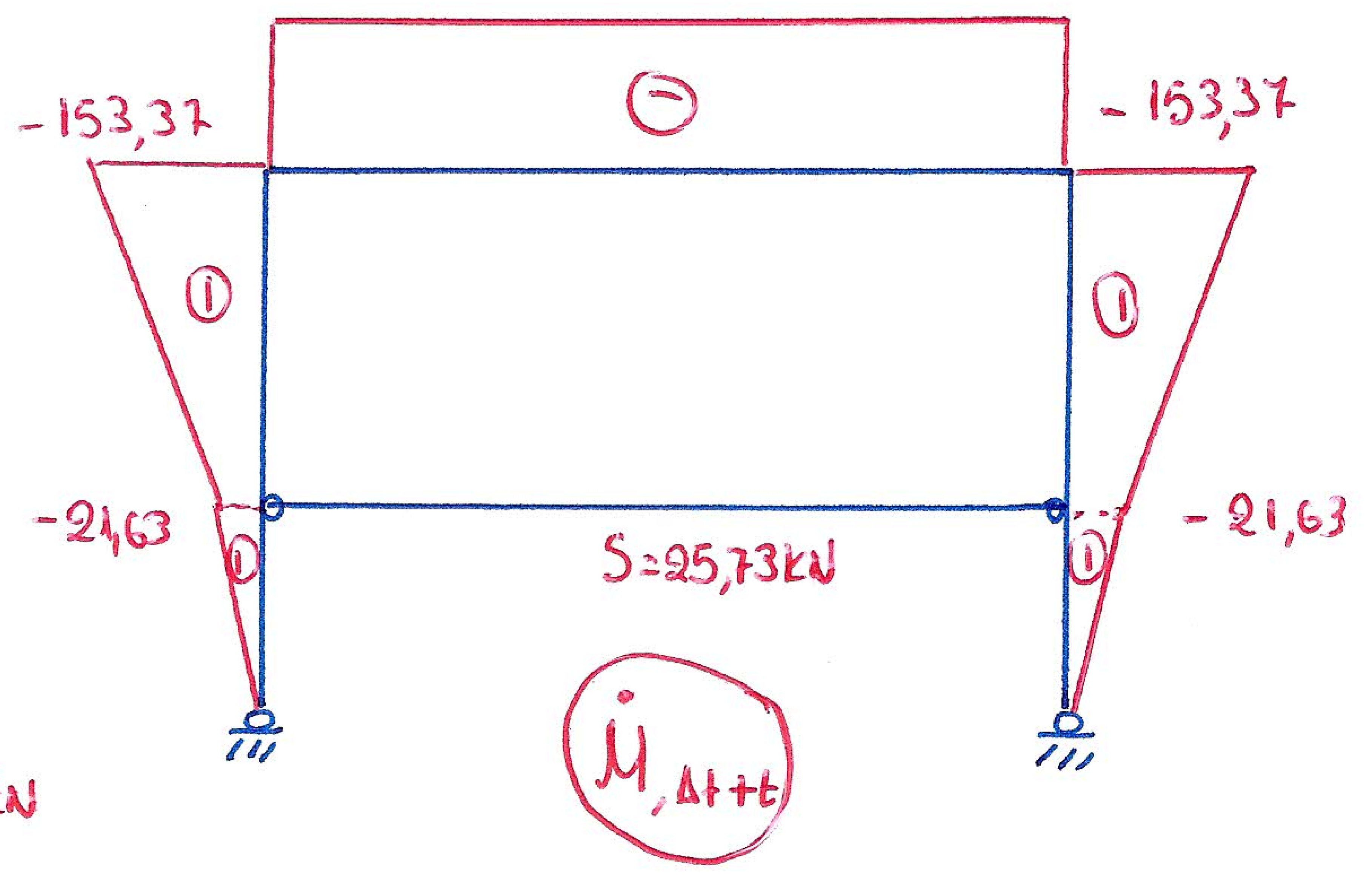
$$\Delta U_{EF,\Delta t+t} = \int M_{,X_2=1}\cdot\frac{a\Delta t}{h}\,ds + S_{,X_2=1}\cdot a\cdot\ell_{EF}\cdot t =$$

$$= \frac{10^{-5}\cdot 30}{0,5}\times(-4)\times 10 + 1\times 10^{-5}\times 10\times 20 = -0,022\,m$$

Εξισώσεις συμβιβαστού μετακινήσεων:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{392}{ES}X_1 + \frac{184}{ES}X_2 = 0,042 \\ &\frac{184}{ES} + \frac{102,36}{ES}X_2 = 0,022 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} X_1 &= 7,21\,kN \\ X_2 &= 25,73\,kN \end{aligned}$$





② Εύρεση του $\bar{M}_{,i}$ → έχει βρεθεί στο ερώτημα (α).

③ Υπολογισμός της $\dot{\delta}_{i,\Delta t+t}$ → από σχέση ②

$$\dot{\delta}_{i,\Delta t+t} = \int \bar{M}_i \left(\frac{a\Delta t}{h} + \frac{\dot{M}_{,\Delta t+t}}{EJ} \right) ds + \underbrace{\bar{S}_{r,i}}_{0} \left(a t + \frac{\dot{S}_{r,t+\Delta t}}{EA} \right) l_{tF} =$$

$$= \frac{a\Delta t}{h} \int \bar{M}_{,i}\, ds + \int \bar{M}_{,i} \cdot \frac{\dot{M}_{,\Delta t+t}}{EJ} ds = 6\times10^{-4} \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2} \times 2,5 \times 5 \right) +$$

$$+ \frac{1}{3EJ} \times 5 \times \cancel{2} \times \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times 2,5 \times (-153,37) \right) = 0,0075 - 3,55\times10^{-3} = 3,95\ mm \checkmark$$

(γ) Η ζητούμενη μετακίνηση θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\dot{\delta}_{i,\Delta\varphi+\Delta h} = \int \bar{M}_{,i} \cdot \frac{\dot{M}_{,\Delta\varphi+\Delta h}}{EJ} ds + \bar{M}_{k,i}\, \Delta\varphi_k + \bar{\Phi}_{m,i}\, \Delta h_m \qquad ③$$

μοναδιαία στο 1ΚΣ

παραμόρφωση στον Χ.Φ.

ροπή στο Κ λόγω "1" στο 1.Κ.Σ

τέμνουσα στο m λόγω "1" στο 1ΚΣ.

Άρα πρέπει να βρεθεί το $\dot{M}_{,\Delta\varphi+\Delta h}$.

① Καταστασn A → Ι.Κ.Σ με $\Delta\varphi_K$ και Δh_m.

Καταστασn Β,Γ → γνωστές απο προηγουμενο ερωτημα.

Εξισωσεις συμβιβαστού των μετακινήσεων.

$$\begin{cases} \delta_{B,\Delta\varphi+\Delta h} + \dfrac{392}{EJ} X_1 + \dfrac{184}{EJ} X_2 = 0 \\ \Delta u_{EF,\Delta\varphi+\Delta h} + \dfrac{184}{EJ} X_1 + \dfrac{102,36}{EJ} X_2 = 0 \end{cases}$$

Υπολογισμός των $\delta_{B,\Delta\varphi+\Delta h}$ και $\Delta u_{EF,\Delta\varphi+\Delta h}$ στο Ι.Κ.Σ
(Επιβάλω τα $\Delta\varphi_K$ και Δh_m στο Ι.Κ.Σ).

$$\delta_{B,\Delta\varphi+\Delta h} = \bar{M}_{K,X_1=1} \cdot \Delta\varphi_K + \bar{\Phi}_{m,X_1=1} \cdot \Delta h_m =$$

ροπή στο Κ για μοναδιαίο φορτίο στο Β (δηλ. $X_1=1$)

τέμνουσα στο m για μοναδιαίο φορτίο στο Β (δηλ. $X_1=1$).

(ο όρος των ράβδων θα υπήρχε μόνο εαν είχα χάσμα σε μία ράβδο)

$$= -7 \times 0,01 + \underbrace{\frac{0-(-7)}{7}}_{\left(\frac{M_{B,X_1=1}-M_{D,X_1=1}}{L_{BD}}\right)} \times 0,01 = -0,07 + 0,01 = -0,06\,m$$

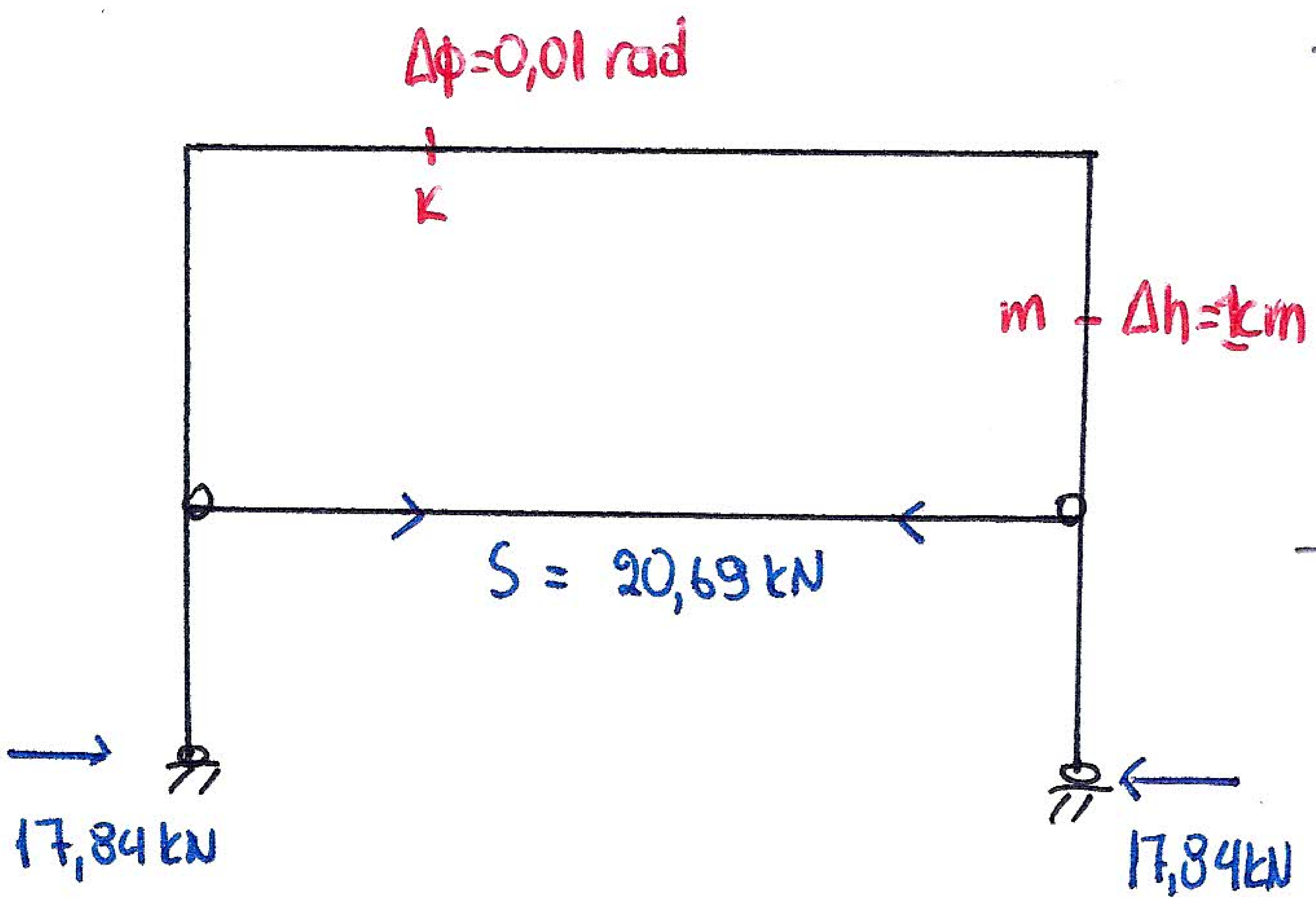
$$\Delta u_{EF,\Delta\varphi+\Delta h} = \bar{M}_{K,X_2=1} \cdot \Delta\varphi_K + \bar{\Phi}_{m,X_2=1} \cdot \Delta h_m =$$

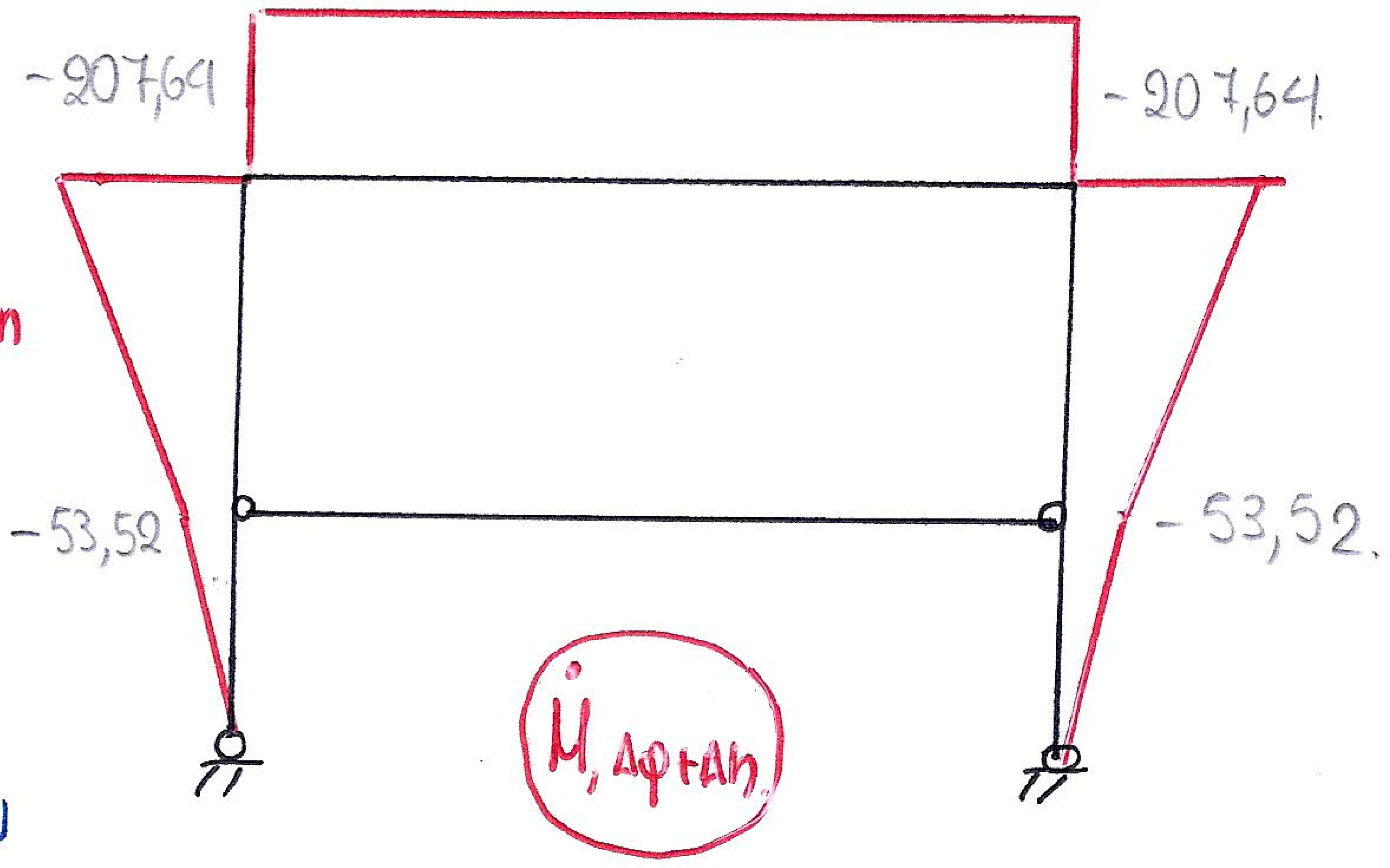
$$= -4 \times 0,01 + \frac{0-(-4)}{4} \times 0,01 = -0,04 + 0,01 = -0,03\,m.$$

Απο την επίλυση του συστήματος:

$X_1 =$ 17,84 kN

$X_2 =$ 20,69 kN.





(2) Υπολογισμός του $\bar{M}_{,i}$ του Ι.Κ.Σ → έγινε σε προηγούμενο ερώτημα (α).

(3) $\dot{\delta}_{i,\Delta\varphi+\Delta h} = \int \bar{M}_{,i} \cdot \frac{\dot{M}_{,\Delta\varphi+\Delta h}}{EJ}\, ds + \bar{M}_{k,i}\,\Delta\varphi_k + \underbrace{\bar{Q}_{m,i}}_{0} \cdot \Delta h_m =$

$= \frac{1}{3EJ} \times 2 \times 5 \times \frac{1}{2} \times (-207,64) \times 2,5 + 1,25 \cdot 0,01 = -4,806 \times 10^{-3} + 0,0125 = 7,694\,mm$ ✓

(δ) $\dot{\delta}_{i,w} = \int \bar{M}_{,i}\, \frac{\dot{M}_{,w}}{EJ}\, ds - (\bar{R}_{Bx,i}\, w_{Bx} + \bar{R}_{By,i}\, w_{By})$.

διάγραμμα M λόγω μοναδιαίου στο i, στο ΙΚΣ

διάγραμμα ροπών Υ.Φ. λόγω υποχώρησης στηρίξης

Bx λόγω "1" στο Ι.Κ.Σ

Υποχώρηση στηρίξης στον Υ.Φ.

Άρα πρέπει να υπολογισθεί το $\dot{M}_{,w}$.

(1) Κατάσταση Α → υποχώρηση στηρίξης στο Ι.Κ.Σ.

Κατάσταση Β,Γ → $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ (όπως προηγούμενα ερωτήματα)

Σύστημα εξισώσεων συμβιβαστού:

$$\begin{cases} \delta_{B,w} + \frac{392}{EJ} X_1 + \frac{189}{EJ} X_2 = 0 \\ \Delta u_{EF,w} + \frac{189 X_1}{EJ} + \frac{102,36}{EJ} X_2 = 0 \end{cases}$$

Υπολογισμός των $\delta_{B,w}$ και $\Delta U_{EF,w}$ στο Ι.Κ.Σ

$$\delta_{B,w} = \bar{R}_{B_x, x_1=1} \cdot w_{Bx} + \bar{R}_{By, x_1=1} \cdot w_{By} = + 1 \times 1{,}6971 \times 10^{-2} = + 1{,}6971 \times 10^{-2}\ m$$

αντίδραση B_x στο Ι.Κ.Σ για μοναδιαία φόρτιση στο Β (δηλ. $x_1=1$)

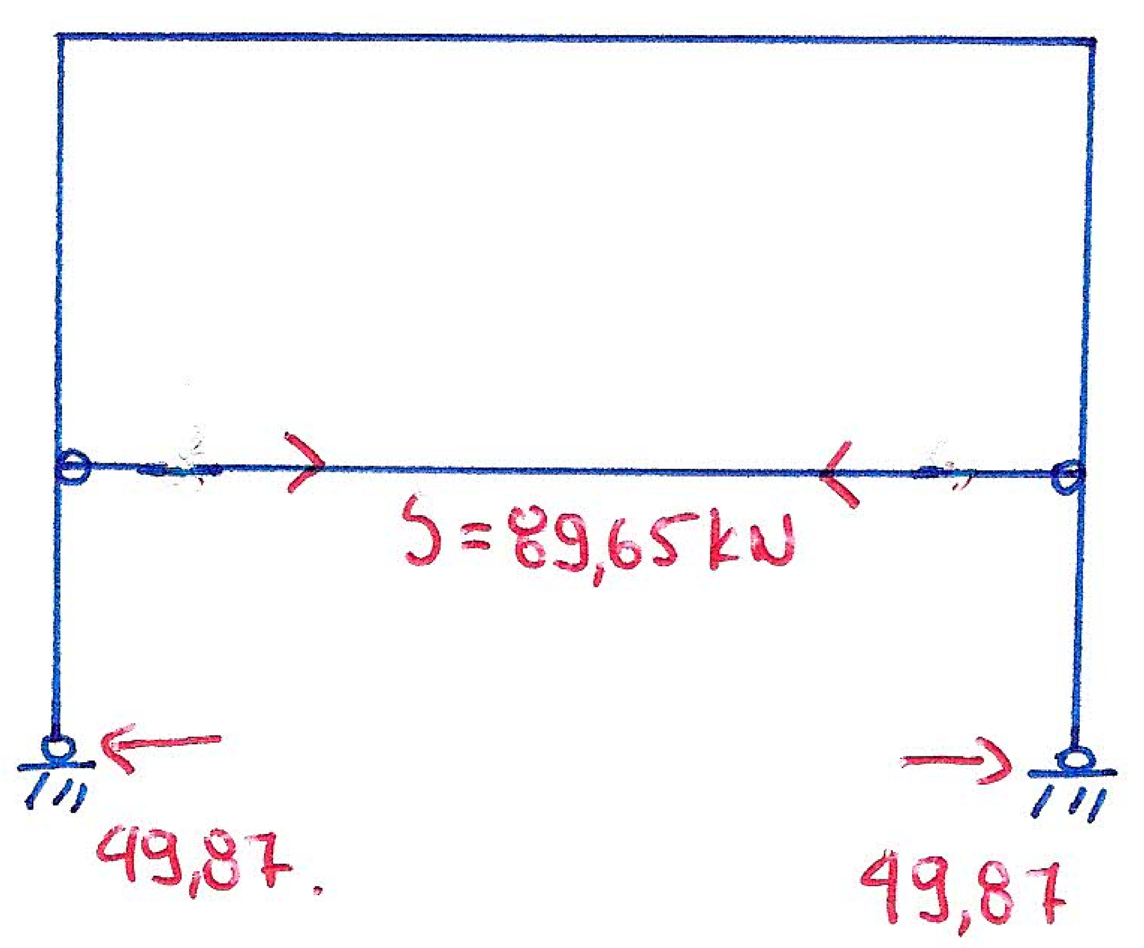
0

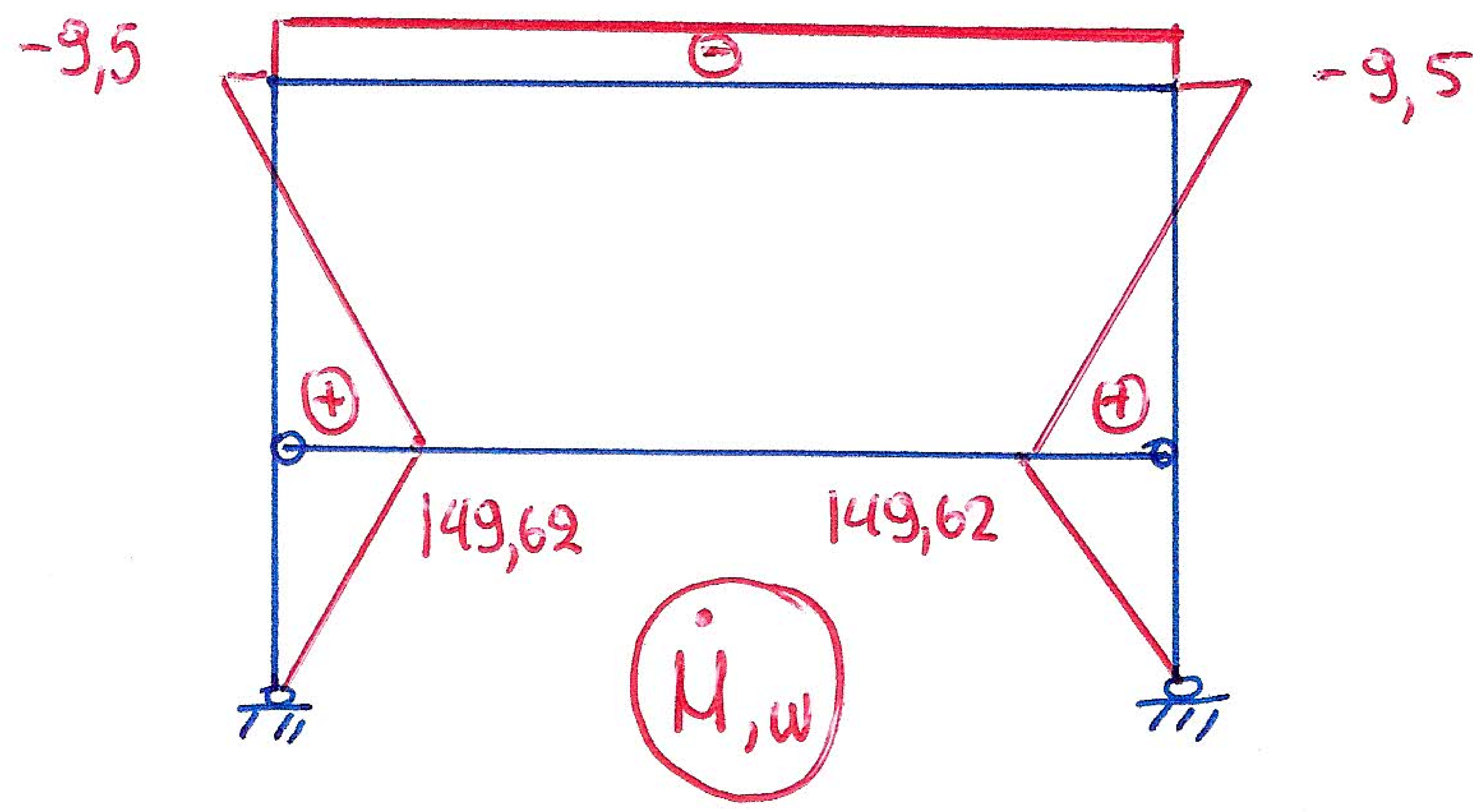
η $\bar{R}_{Bx}$ και η w_{Bx} έχουν αντίθετη φορά

$$\Delta U_{EF,w} = \bar{R}_{Bx, x_2=1} \cdot w_{Bx} + \bar{R}_{By, x_2=1} \cdot w_{By} = 0 + 0 = 0.$$

αντίδραση B_x στο Ι.Κ.Σ για μοναδιαία φόρτιση $X_2=1$

Από το σύστημα των εξισώσεων συμβιβαστού $\begin{cases} X_1 = -49{,}87\,kN \\ X_2 = 89{,}65\,kN. \end{cases}$





(2) $\bar{M}_{,i}$ Ι.Κ.Σ → έχει υπολογισθεί.

(3) $$\dot{\delta}_{i,w} = \int \bar{M}_{,i} \frac{\dot{M}_w}{EJ} ds + (\bar{R}_{Bx,i}\, w_{Bx} + \bar{R}_{By,i}\, w_{By}) =$$

έχουν αντίθετη φορά.

$$= \frac{1}{3EJ} \times \cancel{2} \times 5 \times \frac{1}{\cancel{2}} \times (-9{,}5) \times 2{,}5 + 0{,}5 \times 1{,}6971 \times 10^{-2} = -2{,}1991 \times 10^{-4} + 0{,}008486 =$$

$$= 8{,}266\,mm$$ ✓